

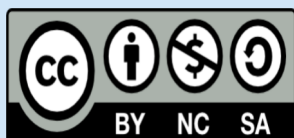
Trabajo final de grado

Rodríguez Nazareno y Salas Araceli

Las concepciones docentes sobre la enseñanza del concepto de densidad en el conjunto de los números racionales

2026 *Instituto de Estudios Iniciales,
Humanidades y Educación*

*Carrera: Licenciatura en Didáctica de la
Matemática*



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons.
Atribución – No comercial – Compartir igual 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Documento descargado de RID - UNAJ Repositorio Institucional Digital de la Universidad Nacional Arturo Jauretche

Cita recomendada:

Rodríguez, N. y Salas, A. (2026). *Las concepciones docentes sobre la enseñanza del concepto de densidad en el conjunto de los números racionales* [Trabajo final de grado, Universidad Nacional Arturo Jauretche].
<https://rid.unaj.edu.ar/handle/123456789/3745>



Ciclo de Complementación Curricular
Licenciatura en Didáctica de la Matemática

TIF Modalidad Tesina

“Las concepciones docentes sobre la enseñanza del
concepto de densidad en el conjunto de los números
racionales”

Estudiantes: Rodríguez Nazareno - Salas Araceli

Tutora: Almirón Alejandra

Las concepciones docentes sobre la enseñanza del concepto de densidad en el conjunto de números racionales

Índice

1. Introducción	3
1.1 Estado del Arte	3
1.2 Objetivo General	5
1.2.1 Objetivos específicos	5
2. Marco teórico	6
2.1 Desarrollo histórico y epistemológico del concepto de número racional	6
2.2 Concepto de número racional	6
2.3 Aspectos epistemológicos y didácticos respecto del número racional	7
2.4 La enseñanza de los números racionales en la educación secundaria: la perspectiva de los diseños curriculares de la provincia de Buenos Aires	11
2.4.1 Algunos ejemplos del diseño curricular (DC)	11
2.5 Modelos de enseñanza de la matemática: tradicional, tecnológico, espontaneísta e investigativo.	15
2.5.1 Tradicional	15
2.5.2 Tecnológico	16
2.5.3 Espontaneísta	16
2.5.4 Investigativo	17
3. Metodología	17
3.1 Técnica y recolección de datos	18
3.2 Diseño de las preguntas y las situaciones problemáticas	19
3.2.1 Preguntas sobre el perfil del docente	19
3.2.2 Preguntas específicas para cada categoría	19
3.2.3 Situaciones problemáticas	20
3.3 Análisis a priori de las situaciones y preguntas	22
4. Análisis teórico de los datos obtenidos	26
4.1 Perfil del docente y experiencia profesional	26
4.1.1 Docente 1	26
4.1.2 Docente 2	27
4.1.3 Docente 3	27
4.2 Análisis de las entrevistas por situaciones y sus respectivas categorías	27
4.2.1 Docente 1	27
a) Articulación teórica con la categoría Problema	27
b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura	28
c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase	30
d) Articulación teórica con preguntas generales	32
e) Perfil docente	32
4.2.2 Docente 2	33

a) Articulación teórica con la categoría Problema	33
b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura	34
c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase	35
d) Articulación teórica con preguntas generales	37
e) Perfil docente	38
4.2.3 Docente 3	38
a) Articulación teórica con la categoría Problema	38
b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura	39
c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase	40
d) Articulación teórica con preguntas generales	41
e) Perfil docente	42
5. Conclusiones	42
6. Referencias Bibliográficas	44

1. Introducción

La enseñanza de los números racionales en el nivel secundario implica una gran complejidad para los docentes. En primer lugar, por los propios obstáculos epistemológicos que el concepto conlleva, el uso de las propiedades de los números naturales por parte de los estudiantes persiste en el conjunto racional, haciendo necesario un análisis didáctico que logre favorecer la construcción de nuevas propiedades. En segundo lugar, las distintas representaciones del concepto hacen dificultosa la comprensión del mismo. Principalmente, y desde las civilizaciones antiguas, el número racional se expresa como fracción. Hacia el s. XVII, luego de un largo proceso histórico y de utilizar distintas notaciones, se introdujo el uso de la coma o el punto para separar la parte entera de la decimal. Finalmente, otro aspecto que hace a la complejidad de la enseñanza de los números racionales tiene que ver con los sentidos que adoptan esas representaciones en distintas situaciones. A partir de esta problemática indagaremos sobre *¿qué concepciones tienen los docentes sobre la enseñanza de los números racionales y el concepto de densidad en secundaria básica?*

1.1 Estado del Arte

Se han encontrado diversos documentos de apoyo curricular, provenientes de distintas jurisdicciones. En el año 2005, el gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, con la coordinación autoral de Sadovsky, creó una propuesta referida a la enseñanza de las fracciones y sus sentidos, expresiones decimales, operaciones con fracciones y decimales. Respecto del concepto de densidad del conjunto de los números racionales se encuentra un capítulo específico en el que se proponen distintas actividades y su análisis didáctico para el acompañamiento de la gestión del docente en la clase de matemática. La autora explica que se comienza a trabajar la noción de la densidad en primera instancia con la expresión decimal, ya que es más accesible para los estudiantes. Se ofrecen actividades en las que se puedan encontrar números racionales entre otros dos utilizando distintas estrategias, como ir agregando cada vez más cifras decimales. Posteriormente, luego de sistematizar ciertas ideas y formas de encontrar un número entre otros dos, se ofrecen actividades en las que se trabaja con la expresión fraccionaria, lo que implica el trabajo con fracciones equivalentes y con encontrar fracciones que tengan denominador cada vez mayor.

En 2014, Guichón y Duarte, al retomar la propuesta de enseñanza de Sadovsky (2005), pudieron desarrollar un artículo sobre la enseñanza de la densidad en el conjunto de los números racionales y su relación con el diseño curricular. En dicho análisis, al mencionar la definición utilizada por ANEP. CODICEN (2006) en la que explican que dados dos números racionales es posible encontrar otro comprendido entre ellos, se realizaron observaciones ya que a partir de las definiciones del concepto no se indica el camino para hallar números racionales. En las primeras

aproximaciones del concepto se pretende generar un conflicto cognitivo entre las propiedades del conjunto de los números naturales y de los racionales. Un ejemplo es encontrar un método para hallar el anterior o el siguiente de un número racional justificando su validez.

Cámara y Sgreccia, en el año 2017, han realizado una investigación cualitativa de “Obstáculos didácticos al trabajar con números racionales positivos al inicio de la escolaridad secundaria” a partir de observaciones de clases y entrevistas a una docente y su curso de primer año de un colegio técnico. Del análisis de los datos, las investigadoras reconocen doce obstáculos didácticos, lo que refiere a las decisiones desacertadas por parte de la docente en relación a la enseñanza de los números racionales positivos. La docente dio respuestas y explicaciones que dan a entender que solo las fracciones decimales se pueden escribir como fracción, que únicamente en la multiplicación se puede simplificar, mencionar ambigüedades y no utilizar conceptos, como el concepto de elemento neutro e inverso. La docente propuso la representación de las fracciones de una única manera sin considerar los resultados de los estudiantes. En la utilización de cantidades discretas en situaciones problemáticas que involucran personas no aclara qué representan las fracciones pedidas. Realiza un uso inapropiado de unidades de medida en la resolución de problemas. En el trabajo con fracciones aparentes menciona que es “la que aparenta ser fracción, pero es un número”, dando a entender que las fracciones aparentes no son números. La docente menciona “hacer chiquita la fracción” mientras que debería mencionar si se trata de una fracción que se puede reducir o no, al igual que mencionar a los alumnos que si no simplifican queda un “número gigante”. Decide imponer un método para las operaciones con fracciones, el cálculo de común denominador, desestimando el trabajo que los estudiantes realizaban en la primaria calculando fracciones equivalentes. En sus explicaciones, la docente tuvo una falta de precisión en el lenguaje matemático, mencionando “el de arriba y el de abajo” refiriéndose al numerador y denominador. Por último, las investigadoras reconocieron que la docente marca el camino para realizar procedimientos y resolver problemas, sin dejar que los estudiantes tomen sus propias decisiones de resolución, a partir de este análisis las investigadoras ofrecen recomendaciones didácticas para la formación inicial y continua de profesores.

Gómez Mulett y Pérez Schmalbach (2016) han indagado sobre los problemas de la enseñanza de los números racionales a partir de distintos enfoques de la fracción como unidad de análisis sobre las concepciones de número racional de 8 docentes, y cómo enseñan estos conceptos utilizando textos escolares. Para llevar adelante la investigación han utilizado una metodología mixta descriptiva, exploratoria y de análisis de textos. Han seguido los primeros dos pasos de la ingeniería didáctica para la aproximación al objeto de estudio, luego realizaron la entrevista a los docentes, seguido de la revisión de los textos escolares y, finalmente, el análisis de los datos. Concluyen que la representación de los números racionales como fracción se ve influenciada por la objetivación emergente de la interacción social, lo que se pone de manifiesto en los textos escolares y en las concepciones de los docentes.

Las concepciones de los docentes sobre el concepto de número racional se contraponen a la práctica educativa, ya que esta se ve influida por los textos escolares. A su vez, los textos escolares enfatizan en la parte algorítmica dejando de lado la exploración de propiedades y los contextos en los que toma sentido el uso de los números racionales.

González-Forte, Fernández y Llinares (2019) advierten que los estudiantes suelen aplicar propiedades de los números naturales en la resolución de problemas que involucran números racionales, y la dificultad radica en que en ciertas tareas los números racionales son compatibles con los naturales y en otras no, obstaculizando la comprensión del concepto de número racional. Los autores consideraron tres dominios sobre la comprensión de los números: magnitud, operaciones aritméticas y densidad. El objetivo de la investigación se refiere a la identificación de perfiles de estudiantes y la evolución de ellos a lo largo de la primaria y secundaria, desde 5° grado (10 años de edad) hasta 4° año de secundaria (16 años de edad), en la provincia de Alicante, España. Han encontrado siete perfiles de estudiantes que han resuelto de manera correcta o parcialmente correcta actividades que involucran números racionales en los tres dominios. Finalmente, concluyen que al inicio del aprendizaje de los números racionales los estudiantes efectivamente aplican sus saberes sobre los números naturales, en el trayecto educativo van evolucionando sus conceptos, aunque advierten que se sostienen ciertas ideas erróneas como por ejemplo que no hay números racionales entre otros dos, o que hay una cantidad finita de números entre ellos. En este sentido, la densidad del conjunto numérico requiere seguir trabajando el concepto con los estudiantes.

1.2 Objetivo General

Se pretende identificar las estrategias didácticas que los docentes de secundaria básica utilizan para la construcción del concepto de densidad del conjunto de los números racionales y analizar las concepciones que subyacen respecto a la enseñanza de este tema.

1.2.1 Objetivos específicos

- Indagar e identificar las estrategias didácticas que utilizan los docentes de la secundaria básica para la enseñanza de los números racionales y sus propiedades.
- Describir las estrategias didácticas que utilizan los docentes de la secundaria básica para la enseñanza particular del concepto de densidad en el conjunto de los números racionales.
- Analizar las concepciones que subyacen sobre la enseñanza de los números racionales y sus propiedades.

2. Marco teórico

2.1 Desarrollo histórico y epistemológico del concepto de número racional

Los números racionales se originan por distintas necesidades de las civilizaciones con respecto a problemas de reparto o medición.

Las civilizaciones antiguas que contribuyeron al desarrollo de la matemática y del concepto de número racional fueron la babilónica y la egipcia, hacia el 3000 a.C.

Los babilonios utilizaban un sistema de numeración posicional y de base 60. Para las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ empleaban símbolos especiales ya que eran las más utilizadas. Esas fracciones eran consideradas como totalidades con respecto a medidas de cantidades y no como la división de la unidad en partes iguales. Los babilonios sabían que dividir un número entero por otro entero a es lo mismo que multiplicarlo por su inverso $\frac{1}{a}$ siendo necesario el uso de las fracciones. Han llegado a construir tablas donde representaban a los inversos como fracciones sexagesimales (Kline, 1992).

Por su parte, los egipcios han empleado un sistema de numeración no posicional y de base 10. En el papiro de Ahmes se ha encontrado evidencia de la matemática conocida por los egipcios, como el uso de fracciones unitarias, es decir aquellas de numerador 1. Como se limitaban al uso de fracciones unitarias debían obtener otras fracciones a partir de la suma de las unitarias. Para escribir una fracción usaban un símbolo circular, excepto para $\frac{2}{3}$ ya que representaba una cantidad especial y empleaban otra simbología para expresarlo.

La escritura de las fracciones como las conocemos en la actualidad se originó en la India hacia el s. VI, escribiendo un número encima del otro, pero sin la raya en el medio. La raya de fracción, o vínculo, la crearon los árabes y la introdujo Fibonacci hacia el s. XIII en Europa (Castaño Arbeláez, 2014).

Los números decimales fueron generalizados por Al Kashi hacia el s. XV, luego, hacia el s. XVI, Stevin desarrolló las fracciones decimales con una notación complicada. A principios del s. XVII los números decimales se comenzaron a escribir tal como lo hacemos en la actualidad, separando la parte entera de la decimal con un punto o una coma (Castaño Arbeláez, 2014).

2.2 Concepto de número racional

Según Kieren (1980, citado en Castaño Arbeláez, 2014) un número racional es cualquier x que satisface:

$$nx = m, \text{ donde } n \in \mathbb{Z} \wedge n \neq 0$$

Luque et al (2014, citado en Díaz López, 2021) define al conjunto de los números racionales como la familia de fracciones equivalentes representadas por el par de números naturales $[(m, n)]$ y demuestra que la misma se comporta como una relación de equivalencia: cumpliendo con la relación reflexiva, simétrica y transitiva.

$$[(a, b)] = [(c, d)] \Rightarrow a \cdot d = c \cdot b \wedge \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Así mismo el autor menciona y demuestra las propiedades del orden en racionales: reflexiva, antisimétrica y transitiva. Se destaca la propiedad antisimétrica por interés del presente trabajo:

$$[(a, b)] \leq [(c, d)] \Rightarrow a \cdot d \leq c \cdot b \wedge \frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$$

Bagoly (2018, citado en Gallo Gavilán, 2019) propone en la definición de la relación menor estricto $<$ una doble implicación:

$$\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d} \wedge \frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

También menciona que el conjunto de números racionales es denso, explica y demuestra la propiedad. Bagoly (2018, citado en Gallo Gavilán, 2019)

Un cuerpo K es denso respecto a la relación $<$, si y sólo si: $x < y, \exists z \in \frac{K}{x} < z < y$

Gallo Gavilán (2019) demuestra que los números racionales cumplen con la propiedad de la densidad, tomando como hipótesis $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ y como tesis $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$. Finalmente, por propiedad uniforme y transitiva, concluye que sumando los numeradores y los denominadores de dos racionales distintos se encuentra otro racional comprendido entre ellos.

2.3 Aspectos epistemológicos y didácticos respecto del número racional

Hay una distinción entre fracción y racional según Freudenthal (1994, citado en Castaño Arbeláez, 2014). La fracción es una forma de expresar el número racional que tiene relación con el romper o fracturar, mientras que el número racional se asocia a la razón, de la proporción o de la medida. Para el autor abordar las fracciones según el sentido parte-todo es limitado ya que sólo produce fracciones impropias, es decir aquellas en las que el numerador es menor que el denominador. Además, advierte que, en la didáctica tradicional se limita el uso de este enfoque en la aritmética, siendo que los racionales tienen otros enfoques. Agrega que, en la didáctica tradicional, la multiplicación se asocia al patrón rectangular antes que al operador fracción.

Castaño Arbeláez (2014) cita el modelo teórico propuesto por Kieren (1980), en el que describe la construcción del conocimiento del número racional a partir de una red de subconstructos del número racional, del que se reconocen cinco significados asociados a la fracción. La enseñanza de los números racionales debe considerar estos subconstructos, sus significados y las interrelaciones entre los mismos para obtener una mejora en la enseñanza y el aprendizaje.

En su publicación, Kieren (1976, citado por Castaño Arbeláez, 2014) menciona y explica siete interpretaciones del número racional: fracción, decimal, pares ordenados (clases de equivalencia), medida, cociente, operador, razón. Luego, en 1980, menciona cinco subconstructos: parte-todo, razón, cociente, medida y operador.

Los subconstructos parte-todo y razón forman parte de las bases tradicionales y modernas del significado de fracción. En el subconstructo parte-todo se cuantifica la totalidad y un número de partes de la misma, es decir algo entero se rompe en partes iguales. El subconstructo cociente refiere a la cuantificación de dividir una cantidad en un número de partes. El subconstructo medida refiere a la asignación de un número a una región, es decir, contar la cantidad de veces que una unidad cubre una región. Finalmente, el subconstructo operador asigna un conjunto multiplicativamente a otro conjunto.

Respecto de la enseñanza de los números racionales, los autores Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003) destacan la importancia de realizar un análisis didáctico de la enseñanza del conjunto numérico tomando como punto de partida los conocimientos previos de los estudiantes. Los autores han llevado a cabo la implementación de una secuencia didáctica sobre números decimales en el contexto del dinero. Explican la importancia de reconocer las escrituras iniciales y espontáneas de los estudiantes, los recursos intuitivos que utilizan para resolver los problemas, con el objetivo de hacerlos evolucionar hacia una escritura convencional. Para lograr el objetivo, hacen énfasis en la intervención docente hacia el análisis del valor posicional de los números, favoreciendo que los estudiantes logren relacionar la posición de las cifras del número con el valor del dinero que le corresponde, ya sea pesos o centavos.

Los autores mencionan la necesidad de descontextualizar los problemas hacia otras situaciones que favorezcan la evolución de las escrituras iniciales hacia escrituras convencionales del número decimal, por lo cual proponen a sus estudiantes una actividad con el uso de la calculadora. Tal situación provoca la necesidad de escribir los números decimales de manera correcta, provocando que los estudiantes se involucren en una discusión sobre cómo hacerlo.

Como los estudiantes utilizan los conocimientos construidos en el conjunto de los números naturales, suelen afirmar que entre dos números decimales no es posible hallar otro que se encuentre entre ellos. Broitman et al (2003) afirman que para abordar el inicio al estudio de la densidad es necesario la descontextualización de

los problemas. Proponen una actividad en la que les dan el intervalo $(3, 10)$ y la consigna consiste en hallar la mayor cantidad de sumas posibles al número menor, sin llegar al número mayor. Los estudiantes al comienzo suman unidades y advierten que no hay muchos sumandos posibles, en el intercambio entre pares con ayuda del docente, proponen sumandos decimales. A lo largo del desarrollo de la tarea logran proponer descomposiciones de $1; 0,5; 0,25; 0,10$ y advierten que estas descomposiciones aumentan la cantidad de sumandos posibles. En este punto del trabajo, los autores explican la importancia de la intervención del docente, fomentando el intercambio entre pares y reconociendo las producciones que son importantes retomar en la puesta en común. Finalmente, llevando la discusión a toda la clase, logran escribir la cantidad de sumandos como multiplicación, como por ejemplo $3 + 6999 \times 0,001 = 9,999$, el docente les pregunta si es posible encontrar una mayor cantidad de sumas a lo que los estudiantes responden que se pueden ir agregando ceros, infinitos ceros, así como se conseguirán infinitos nueves.

En la propuesta de enseñanza respecto a la densidad en los reales, las autoras Cedrón, Duarte, Herrera y Lamela (2021) comienzan por abordar la expresión decimal de números racionales en el intervalo abierto $(1, 2)$. Los interrogantes a los que se enfrentan los estudiantes de tercero a quinto año de secundaria son por ejemplo qué números racionales entre 1 y 2 se pueden expresar con uno, dos o más decimales. Actividades como buscar un primer o último elemento en el intervalo ha permitido analizar las producciones de los estudiantes ya que reconocen que entre dos números racionales existe otro al agregar más cifras decimales y que la expresión $1, \hat{9}$ es el mayor número racional por lo tanto menor a 2. En esta situación se propone a los estudiantes para cuestionar dicha afirmación con la igualdad $0, \hat{9} = 1$. Los mismos intentan argumentar utilizando la fracción $\frac{1}{3} = 0, \hat{3}$ si en ambos lados de la igualdad se multiplica por 3 se obtiene $\frac{3}{3} = 0, \hat{9}$. Por lo tanto, la igualdad es verdadera, aunque ciertos estudiantes justifican que es falsa ya que en el período siempre le falta un poquito y no puede ser 1. Para aquellos que la toman verdadera, se deduce que $1, \hat{9} = 2$. Las diversas afirmaciones y argumentaciones que intentan relacionar con su representación numérica más el tratamiento de las expresiones equivalentes permiten indagar y reconocer cuáles son los razonamientos de los estudiantes en torno a estas cuestiones.

El concepto de densidad está relacionado a otros, como el infinito, la topología de la recta y el estudio de funciones, y su aprendizaje implica una confrontación entre lo intuitivo, relacionado a la percepción, y lo formal, relacionado a los conceptos y propiedades (Panizza y Álvarez, 1990).

Las características del aprendizaje del concepto de densidad, entendido como la capacidad de recuperación y utilización del concepto en la resolución de problemas, es descrita por Panizza y Álvarez (1990) en tres estadíos.

En el nivel inicial de aprendizaje, los estudiantes tienen una comprensión superficial de los números, asociado a sus representaciones y no a criterios abstractos. Logran agrupar números por sus características perceptuales y por las operaciones que pueden realizar. Se observa una mayor facilidad para operar con números decimales que con fracciones, a su vez, operan con mayor facilidad con racionales que con irracionales. Resuelven problemas operando, sin cuestionar la validez de los resultados obtenidos.

En el nivel intermedio coexisten dos representaciones, una operatoria y otra abstracta, lo que conduce a resultados inconsistentes o contradictorios. La capacidad operatoria se inhibe al encontrarse con dificultades para operar con ciertas notaciones de los números. A su vez, la recuperación y uso del concepto de densidad en esta instancia del aprendizaje depende de los tipos de números involucrados en el problema y la complejidad del mismo. Mientras que en una tarea inmediata los estudiantes logran afirmar que entre dos números racionales hay infinitos racionales, en una tarea compleja persiste la operatoria. Por ejemplo, cuando afirman que el siguiente de 0,6 es 0,7. Por otra parte, los autores explican la coexistencia de dos representaciones de la recta, una geométrica y otra numérica. Por ejemplo, una de las respuestas a la paradoja de Zenón fue que “si va por la recta sí llega, si va por los números no” (Panizza y Álvarez, 1990, p.19).

En el nivel final, los estudiantes resuelven problemas mediante propiedades abstractas, las entienden como parte de las estrategias de resolución y como parte de los resultados obtenidos. Utilizan estrategias metacognitivas que les permiten controlar su conducta, utilizando las propiedades de los conjuntos numéricos; y economizar su conducta, trabajando con la mayor generalidad posible. Resuelven problemas recuperando y utilizando la propiedad de densidad.

Finalmente, del análisis y descripción del aprendizaje del concepto de densidad, los autores explican algunas cuestiones didácticas a tener en cuenta para favorecer el aprendizaje:

- Ordenar los contenidos y las tareas según su accesibilidad psicológica, una posibilidad puede ser la introducción a los números como decimales infinitos. Luego sugieren la integración de la representación algebraica y geométrica. Favorecer la comprensión de los conjuntos numéricos y sus propiedades como estructuras algebraicas. Presentar la noción de densidad mediante la resolución de problemas, e inducir a los estudiantes a formular y demostrar la propiedad. Fomentar la interpretación de la propiedad en situaciones numéricas y geométricas.
- Controlar las interpretaciones de los estudiantes, debidas a una adquisición incompleta de los conceptos. Trabajar sobre la dificultad de la comprensión del concepto de infinito, ya sea como número periódico, como irracional, como sucesión, etc. Proponer la resolución de problemas que involucren el concepto de densidad mediante números que por su aspecto superficial inhiben resoluciones operatorias. Proponer tareas de construcción de

sucesiones infinitas de números, en intervalos que representen el mismo conjunto pero presentando los extremos con distinta notación, para que los estudiantes logren establecer equivalencias en la construcción de sucesiones para distintas notaciones.

- Utilizar los errores y las situaciones paradójales como medio para una conducción personalizada del aprendizaje. Esto implica reconocer los tipos de errores, proponer problemas en los que subyacen tales errores, por ejemplo en el uso de distintas notaciones de los números. Ayudar a los estudiantes a tomar conciencia de tales errores, sus causas y su relación con otros dominios.
- Favorecer el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas cognitivas y metacognitivas, realizando una enseñanza explícita de las mismas, para que sean controlables y revisables.

2.4 La enseñanza de los números racionales en la educación secundaria: la perspectiva de los diseños curriculares de la provincia de Buenos Aires

Los diseños curriculares de la provincia de Buenos Aires, donde se llevará a cabo la investigación, prescriben la enseñanza de la matemática en la secundaria básica desde la resolución de problemas como se describe desde varias teorías didácticas. Carrillo y Contreras (1998) describen la tendencia del docente investigador, quién promueve la enseñanza desde la resolución de problemas y la investigación en el aula superando la idea de la sola aplicación de técnicas matemáticas, se busca la comprensión de los conceptos y el desarrollo de habilidades matemáticas por parte de los estudiantes. Los diseños curriculares prescriben para la enseñanza de la matemática 4 ejes conceptuales: Geometría y magnitudes, Números y operaciones, Álgebra y estudio de funciones, Probabilidad y estadística. Respecto del eje de nuestro interés, Números y operaciones, los conceptos principales para los primeros tres años son: estudio de las distintas formas de representación del número racional, operaciones y propiedades, orden y densidad del conjunto numérico.

2.4.1 Algunos ejemplos del diseño curricular (DC)

DC 1° Año

Figura 1: Se trabaja el orden y construcción del concepto de densidad.

Si se elige un número entre 33,6 y 72,6 ¿entre qué valores estará comprendido:

- a. ¿su tercera parte?
- b. ¿su doble?
- c. ¿su mitad?

Ubicar todos estos números en la recta numérica.

Este estilo de problema contribuye además a la construcción del concepto de densidad en $\mathbb{Q}^+$.

Problema extraído del diseño curricular de 1° año. pág. 187

Figura 2: Se trabaja el cálculo estimado a partir del uso de operaciones y sus propiedades.

Un estilo de problemas que permita la entrada al cálculo estimado en Q^+ es :
Elegir un número entre los siguientes: 37, 41, 73.
Anotarlo en el visor de la calculadora, multiplicarlo por un número tratando de acercarlo lo más posible a 100. Si no se llegara, volver a multiplicar el resultado por otro que los acerque más a 100. Hacerlo hasta 5 intentos y anotar el número final calculando la distancia a 100.

Problema extraído del DC de 1° año. pág. 187

Figura 3: Se trabaja la fracción a partir de los distintos sentidos: como cociente y su expresión decimal, razón, probabilidad, porcentaje, como punto en la recta numérica.

Se dividirá la clase en ocho grupos. Cada grupo tomará los números del 1 al 12 y los dividirá usando calculadora por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 según se le indique.

Deberán registrar y analizar los resultados obtenidos tratando de descubrir regularidades para comunicarlas a sus compañeros.

$1 : 2 = 0,5$	$2 : 2 = 1$	$3 : 2 = 1,5$	$4 : 2 = 2$	$5 : 2 = 2,5$	
$1 : 3 = 0,333$	$2 : 3 = 0,666...$	$3 : 3 = 1$	$4 : 3 = 1,333..$	$5 : 3 = 1,666...$	$6 : 3 = 2.....$
$1 : 4 = 0,25$	$2 : 4 = 0,5$	$3 : 4 = 0,75$	$4 : 4 = 1$	$5 : 4 = 1,25$	
$1 : 5 = 0,2$	$2 : 5 = 0,4$	$3 : 5 = 0,6$	$4 : 5 = 0,8$	$5 : 5 = 1$	$6 : 5 = 1,2$

Problema extraído del diseño curricular de 1° año, pág. 188

Figura 4: Se trabaja la fracción como cociente.

La siguiente propuesta intenta superar la dificultad en la comparación y ordenamiento en Q^+ . Al mismo tiempo que se continuará buscando puntos medios con el objeto de introducir gradualmente a la idea de densidad en Q .

¿Qué número está en la mitad de

Problema extraído del DC de 1° año, pág. 189

DC 2° año

Figura 5: Se plantea la ampliación del campo numérico entero al racional y el concepto de densidad.

Se retomará y profundizará la representación de los números racionales positivos en la recta numérica, ampliándolo a los números racionales negativos.

Se propondrá el estudio de las formas de expresión de los números racionales, es decir, las fracciones y sus expresiones decimales equivalentes, así como el pasaje de un modo de representación a otro. Se mostrará a los alumnos/as la forma de utilizar las calculadoras científicas para realizar este pasaje.

Se extenderá a todo el conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$) el tratamiento de las operaciones realizado en primer año para los números racionales positivos, tratando de enriquecer el significado de los algoritmos. Se mostrará a los alumnos/as la forma de utilizar las calculadoras científicas para operar con números racionales.

Se extenderá el concepto de potenciación al caso de potencias con exponente negativo. Se retomará el trabajo realizado con las propiedades de las potencias en el conjunto de los números enteros y se las analizará en el conjunto de los números racionales.

Se propondrá una primera aproximación al concepto de densidad del conjunto $\mathbb{Q}$, por ejemplo, con actividades en las que se trabaje analítica y gráficamente con promedios sucesivos entre dos números racionales distintos.

En cuanto a los números reales, se trabajará con miras al reconocimiento de números irracionales diferenciándolos de los racionales.

Se ubicarán algunos números irracionales en la recta numérica.

Se considerará la aproximación de números racionales y de números irracionales por redondeo y truncamiento como recursos de uso en distintas situaciones.

Aspectos claves extraídos del diseño curricular de 2° año, pág. 327

DC 3° año

Figura 6: Se plantea la representación y expresión de números racionales, jerarquía de operaciones y propiedades, aproximación por redondeo o truncamiento.

Números racionales

- Se retomará el trabajo con los números racionales iniciado en 2° año. Se profundizará la representación de los números racionales en la recta numérica, las diferentes formas de expresar un número racional –fracción, expresión decimal, notación científica– la jerarquía de las operaciones y las propiedades de las mismas. Teniendo en cuenta la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición, se trabajará la extracción de factores comunes de expresiones numéricas y algebraicas.
- Se continuará trabajando con la aproximación de números racionales utilizando redondeo y truncamiento, justificando las decisiones tomadas al respecto. Se extenderá este análisis a los métodos de aproximación utilizados por diferentes calculadoras.

Aspectos claves extraídos del diseño curricular de 3° año, pág. 336

Figura 7: Se trabaja la potenciación y el orden en los racionales.

Siendo a un número racional, determinar qué relación de orden existe entre a y a^2

- si $a > 1$ entonces $a \dots a^2$
- si $0 < a < 1$ entonces $a \dots a^2$
- si $-1 < a < 0$ entonces $a \dots a^2$
- si $a < -1$ entonces $a \dots a^2$
- si $a = 0$ entonces $a \dots a^2$
- si $a = 1$ entonces $a \dots a^2$

Justificar cada respuesta:

La propuesta de este tipo de problemas permite a los alumnos emprender el camino hacia la superación de supuestos en los que subyacen errores deterministas acerca de la calidad de los números con los que operar y los resultados de las operaciones.

Problema extraído del diseño curricular de 3° año, pág. 337

Figura 8: Se trabajan las propiedades de las operaciones y generalización.

Ejemplo 26:

Si $3^n = 6$ entonces ¿a qué es igual 3^{n+2} ?

Ejemplo 27:

A cuánto equivale $(-1)^{2n}$ siendo n un número natural.

¿Cómo varía el resultado

- si n es un entero negativo?
- Si n es cero?

Si n es $\frac{3}{2}$?

Este ejemplo completa el análisis propuesto en los dos ejemplos anteriores. Como puede observarse se trata de propuestas de mayor generalidad que rondan las mismas cuestiones con las que se ha estado trabajando en la secuencia.

Ejemplo 28:

Analizar el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- * la suma de tres números pares consecutivos es divisible por 6.
- * La resta de los cuadrados de dos números impares consecutivos es divisible por 8.
- * Si al producto de dos números pares consecutivos se le suma 1 se obtiene el cuadrado de un número impar.

Problema extraído del diseño curricular de 3° año, pág. 338

2.5 Modelos de enseñanza de la matemática: tradicional, tecnológico, espontaneísta e investigativo.

Para Porlán (2002) un modelo didáctico tiene como fundamento el aporte de varias disciplinas (psicología, sociología, epistemología, filosofía, etc.). Los aportes de dichas disciplinas deben ser reelaboradas e integradas ante las cuestiones que se presentan en la enseñanza. Según este autor, los modelos de enseñanza implementados a lo largo de la historia de la educación son los que se describirán a continuación y los articularemos con las concepciones que tienen los docentes sobre la resolución de problemas en la clase de matemática que proponen Contreras y Carrillo (1998).

2.5.1 Tradicional

En la mirada del modelo tradicional ante la enseñanza el docente pretende explicar y definir los conceptos matemáticos de manera única y muy específica, consumiendo la mayor cantidad de tiempo en el aula, y el estudiantado debe tomar apuntes para luego prepararse para los exámenes de aplicación de procedimientos teóricos. En palabras de Contreras y Carrillo (1998), el docente es el principal protagonista en el proceso de enseñanza y aprendizaje, enuncia los problemas, corrige y proporciona los caminos de resolución que él mismo realiza y admite como correctos. Mientras que el estudiantado capta y memoriza los procedimientos explicados por el profesor.

Ante esta práctica tradicional, que son los modos por los que la sociedad ha transcurrido mayoritariamente a lo largo del tiempo y es lo que se suele pensar de la tarea de enseñar, la institución educativa propone horarios, organización docente, libros de texto y disposición áulica para un control estático del estudiantado.

Dicho modelo es el que mayormente se reproduce en las instituciones educativas con un enfoque de transmisión del conocimiento de manera verbal que reproduce un aprendizaje memorístico, ya que es como se supone que el estudiantado aprende. Por tal motivo, la resolución de problemas en la clase de matemática se entiende como los ejercicios que se resuelven luego de la instrucción del docente, con el fin de que el estudiantado logre aplicar los conceptos expuestos por el mismo. Los problemas que se presentan al estudiantado están bien definidos y generalmente tienen una única solución (Contreras y Carrillo, 1998).

Desde esta perspectiva, el profesor elabora un orden cronológico de los temas teniendo en cuenta los conceptos y teorías que debe enseñar, explicando los temas o directamente desde un libro, es decir, define la manera de cómo enseñarlo. Finalmente, estudia la teoría para evaluar los exámenes que serán calificados numéricamente.

Esta manera de enseñar no tiene en cuenta las concepciones del estudiantado, por lo que si no siguen el hilo de la explicación y terminan desaprobando es su culpa.

Las calificaciones por sí solas provocan mecanismos de recuperación de los contenidos no alcanzados y que se debe reforzar aún más.

2.5.2 Tecnológico

Existen dos modelos diferentes entre sí, con rasgos del enfoque tradicional que pretenden superar los problemas que en este último se reproducen. Desde el enfoque *Tecnológico* se expresan explícitamente los objetivos a concretar durante la enseñanza teniendo en cuenta que toda práctica educativa tiene una intencionalidad específica.

El programa se elabora a partir de un diagnóstico previo del nivel del estudiantado para luego organizar los objetivos generales y específicos que permiten, desde la perspectiva del docente, asimilar el significado verdadero de los conceptos. En este sentido los problemas se presentan como ejercicios, se organizan según un orden creciente de complejidad, en función de lo planificado y de los conceptos que abarca (Contreras y Carrillo, 1998). Se entiende que el aprendizaje de los contenidos se da a partir de la aplicación de la teoría para la resolución de los problemas, otorgándole un sentido práctico a la teoría. En la gestión de la clase, el docente posibilita cierta participación del estudiantado y proporciona, de forma implícita o explícita, la resolución de los problemas (Contreras y Carrillo, 1998). Quienes obtengan calificaciones de aprobación habrán aprendido los conceptos, las evaluaciones corresponden a opciones múltiples.

Tal manera de enseñanza obstaculiza la flexibilización del programa ya que el docente sigue rigurosamente el alcance de los objetivos y favorece el aprendizaje mecánico e instrumental. Desestimar la diversidad cognitiva y cultural del estudiantado por cumplir los objetivos provoca desigualdades en el aprendizaje de los mismos, más aún cuando las pruebas son objetivas y pretenden cuantificar un saber.

2.5.3 Espontaneísta

El modelo *Espontaneísta* pretende, por el contrario al enfoque tecnológico y al tradicional, situar al alumno como centro de la enseñanza-aprendizaje, el estudiantado podrá expresarse, participar activamente de manera natural y espontánea. La programación del contenido se organiza en función de los intereses del estudiantado y el docente actúa como un coordinador de las actividades que surgen en la clase. Por lo tanto, los problemas para este modelo se utilizan para que los estudiantes descubran de manera espontánea los conocimientos, se seleccionan de forma aleatoria y acorde al contexto del grupo de estudiantes (Contreras y Carrillo, 1998).

Lo importante no es aprender los conceptos, sino dominar los procedimientos sin realizar un seguimiento ya que éste se considera negativo. La tarea del estudiantado consiste en resolver los problemas de forma intuitiva, practicando el ensayo-error (Contreras y Carrillo, 1998). En la gestión de la clase, el docente ofrece orientaciones cuando el estudiantado se encuentra obstaculizado en la resolución, finalmente las resoluciones se realizan de forma colectiva y el docente realiza las aportaciones necesarias (Contreras y Carrillo, 1998). Por tal motivo, la mejor manera de evaluar es la participación del estudiantado al mismo nivel del docente durante el desarrollo de la clase. La flexibilización del programa permite improvisar sobre la marcha.

2.5.4 Investigativo

Desde el enfoque *Investigativo* la construcción del conocimiento es una interacción activa entre los saberes previos que el estudiantado posee y los nuevos conceptos a aprender. En este caso el estudiantado emplea una metodología investigativa y el docente puede coordinar dicho proceso realizando un prediseño en función de los intereses del estudiantado, ya que establecer un problema es tan importante como investigarlo o resolverlo. Se pretende también, que al abordar los problemas les permita aplicar conocimientos en situaciones prácticas e incluso promover actuaciones en el medio escolar y extraescolar que favorezcan la dimensión social. En consonancia, Contreras y Carrillo (1998) expresan que la resolución de problemas se realiza durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, se organizan según los objetivos planteados, pero se considera cierta flexibilidad. Por tal motivo, se seleccionan problemas abiertos que admiten múltiples soluciones. Para los autores, los problemas se emplean como instrumento institucionalizador de los saberes y su finalidad es el desarrollo de heurísticas y conocimientos metacognitivos que favorezcan la construcción de saberes. El docente realiza una gestión de clase en la que organiza los problemas, orienta a los estudiantes, ante las dificultades propone heurísticas, pero no brinda directamente la resolución de los problemas, finalmente organiza e institucionaliza en la discusión al final de la tarea investigativa.

Evaluar es realizar un proceso investigativo riguroso, desde una determinada perspectiva para poder criticarla, se diferencia de la acción de calificar lo cual imposibilita el acceso natural a los intereses, pensamientos y expectativas del estudiantado. La evaluación pretende informar sobre y para los cambios que queremos realizar en el programa y proporcionar una secuencia lógica de actividades.

3. Metodología

La metodología de la investigación es la actividad científica que permite el abordaje de la realidad, estableciendo ciertas pautas y determinando el camino a través del cual el pensamiento y la acción indagan sobre algún problema de la realidad, que se transforma en problema de investigación (Souza Minayo, 2023).

El objetivo de la presente investigación tiene implicancias en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se realizan en el marco institucional educativo, entre la asimetría docente-estudiante, comprendiendo una relación social particular. Las decisiones didácticas que toma el docente, cómo concibe el rol del estudiante, las concepciones sobre el conocimiento matemático, entre otras cuestiones, tienen que ver con un modo de ser que se inserta en un entramado social específico del contexto en que se encuentran los sujetos intervinientes. El objeto de estudio en las Cs. sociales tiene ciertas características para Souza Minayo (2023). Es un objeto histórico, en tanto pertenece a un determinado espacio y tiempo, ya que los sujetos establecen significados y dan sentido a su accionar. Es decir, el objeto de estudio y el investigador poseen conciencia histórica al dar significado e intencionalidad a sus acciones, a su vez, poseen una identidad propia según el contexto en que se encuentran. La investigación social es ideológica ya que moviliza intereses particulares y visiones del mundo que se construyen históricamente. Por tales motivos, para la autora, el objeto de estudio se define esencialmente como cualitativo. Desde esta perspectiva, la enseñanza de la matemática y de los números racionales tiene que ver con los sentidos que le dan los sujetos intervinientes, las relaciones que se establecen entre ellos, la relación con el conocimiento matemático, las concepciones que tienen los docentes respecto de los números racionales y de la enseñanza de la matemática, entre otras cuestiones, que se construyen y reconstruyen en un contexto determinado.

3.1 Técnica y recolección de datos

Para lograr los objetivos propuestos y recabar los datos necesarios se implementará el uso de la entrevista, que se define, según Sousa Minayo (2023), como aquella conversación entre dos o más interlocutores que se da a partir de la iniciativa del entrevistador. El uso de esta técnica permite al investigador construir información pertinente a los fines de su trabajo investigativo y tratar con el entrevistado los temas que considere pertinentes.

A partir de la entrevista, se espera recabar datos primarios, es decir aquellos que surgen dialogando con el entrevistado y abordan la reflexión sobre sus propias vivencias. Son aquellos datos subjetivos que forman parte de la representación de la realidad que tiene el sujeto entrevistado, que es el objeto de interés de la investigación cualitativa (Souza Minayo, 2023).

Para indagar y analizar las estrategias didácticas que los docentes de matemática de ciclo básico reconocen y utilizan para la enseñanza del concepto de densidad en el conjunto de números racionales se propondrán situaciones de enseñanza que serán analizadas didácticamente por los mismos a través de las preguntas de la entrevista, cuya intención es que comenten qué tipos de estrategias utilizarían en una clase hipotética. Se realizará una entrevista semiestructurada, en la cual se combinan preguntas cerradas y abiertas, con el propósito de brindar la posibilidad al entrevistado de explayarse en las temáticas.

Se entrevistará a tres profesores y profesoras de matemática que se desempeñan en el Ciclo Básico de la localidad de Pilar y Luján, provincia de Buenos Aires.

3.2 Diseño de las preguntas y las situaciones problemáticas

Para el diseño de las preguntas y de las situaciones problemáticas que se propondrá a los entrevistados se hemos considerado de Contreras y Carrillo (1998) reelaborar la tabla en la que se describen las tendencias sobre las concepciones a partir de la resolución de problemas en el aula, puesto que se considera que las estrategias didácticas son aquellas decisiones y acciones que realiza el docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es decir, se han retomado los indicadores correspondientes al interés de la presente investigación, con el fin de encontrar cuáles son las estrategias didácticas que utilizan y cómo las gestionan en una clase.

3.2.1 Preguntas sobre el perfil del docente

- ¿Qué título profesional posee? ¿Desde hace cuántos años se desempeña como docente?
- ¿En qué tipo de instituciones educativas se ha desempeñado? (secundaria orientada, técnica, adultos, etc.)
- ¿Actualmente en qué tipo de escuelas se desempeña? ¿En qué cursos? ¿En qué localidad?

3.2.2 Preguntas específicas para cada categoría

Tabla 1

Organización de las preguntas por categoría

En principio se les propondrá analizar 4 situaciones didácticas, que compartiremos a continuación, a partir de las siguientes preguntas que se organizan en las distintas categorías a analizar:

Problema

1. ¿Qué objetivos de aprendizaje supone?

2. De ser necesario ¿Qué modificaciones haría?

Sentido de la Asignatura

3. ¿Cuál es el sentido que le otorga la situación a la materia?
4. ¿Qué objetivos de enseñanza cree que propone la situación?

Rol docente y gestión de la clase

5. ¿Qué consideraciones tendría en cuenta al momento de gestionar la clase?
6. ¿Qué tipo de interacciones permite la situación en la clase?
7. ¿Qué tipo de intervenciones realiza ante los obstáculos?

Preguntas para recapitular

8. ¿Qué tipo de situaciones problemáticas/actividades utiliza para enseñar el concepto de densidad en el conjunto de los racionales?
9. ¿Cómo las organiza?
10. ¿Qué tipo de intervenciones realiza ante los obstáculos?
11. ¿Cómo concluye la clase?
12. ¿Qué otras cuestiones consideras pertinentes?

3.2.3 Situaciones problemáticas

Tabla 2

Situaciones que se les presentarán a los docentes.

Situación 1

Matías y Diego juegan a “Quien no pasa la línea”. Matías parte del cero y siempre debe sumar un número. Diego parte del 1 y siempre debe restar un número. Matías no puede llegar a un número mayor que el de Diego, de lo contrario pierde. Diego no puede llegar a un número menor al que Matías, de lo contrario pierde. Estas son las primeras jugadas.

Diego	1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,05	-0,09
Matías	0	+0,1	+0,1	+0,02	+0,005	+0,0005

- a) ¿A qué número llegó cada uno de los participantes?
- b) ¿Puede agregar Matías 3 números más sin perder?, ¿Y Diego?

Situación 2

Entre dos números racionales existen infinitos números racionales. Utilizar ejemplos particulares para saber si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas.

$$a < \frac{ba+a}{2.b} < \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b} < \frac{a+2}{b}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a}{b+1} < \frac{a}{b+2}$$

Situación 3

En un video de tik tok los estudiantes vieron que un microscopio mostraba los microorganismos que había en un poco de agua estancada. Como les interesó les traje el siguiente fragmento de un artículo.



La criatura conocida como “oso de agua” es minúscula, mide menos de un milímetro de longitud (500 μm) y es capaz de sobrevivir en condiciones extremas y hostiles, ralentizando o apagando sus actividades metabólicas durante periodos de tiempo considerables. Según la investigación que fue publicada por la revista *Cryobiología*, los tardígrados (su nombre original) se encontraron entre las plantas

de musgo de la Antártida en 1983.

1 milímetro (mm) = 1000 Micrómetro (μm)

Les pregunté ¿Qué fracción representa la medida del oso del agua respecto a 1 metro de longitud?

Les propuse que podríamos inventar microorganismos más pequeños, dibujarlos, nombrarlos e indicar su medida.

Situación 4

A partir de la definición de un número racional

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} / \frac{a}{b} \text{ con } b \neq 0 \in \mathbb{Q}$$

El siguiente método permite hallar infinitos números racionales entre otros dos.

$$\frac{a}{b} < \frac{a.d + c.b}{b.d.2} < \frac{c}{d}$$

Resolver los siguientes ejercicios para hallar distintos números racionales.

a) $\frac{3}{2}$ y $\frac{9}{8}$

b) $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{8}$

c) $\frac{17}{34}$ y $\frac{68}{128}$

3.3 Análisis a priori de las situaciones y preguntas

Para poder recolectar la información y su posterior análisis optamos por proponer a los docentes entrevistados cuatro situaciones en relación a la enseñanza de los números racionales, que podrían utilizarse para la construcción o aplicación del concepto de densidad. Situaciones que podrían implementarse en ciclo básico, principalmente en segundo año, puntualmente la situación uno es una propuesta de tipo investigativo a partir de un juego intramatemático y preguntas. La situación dos se posiciona desde un enfoque tecnológico, organizado y de aplicación de la teoría matemática. La situación tres pretende accionar desde la espontaneidad de la clase

y, por último, la situación cuatro exige tradicionalmente la aplicación de un concepto a partir de una definición formal.

La situación uno promueve la exploración y uso de distintos tipos de estrategias en la utilización de los números decimales permitiendo agregar posibles condiciones para alcanzar el objetivo deseado. Para Contreras y Castillo (1998) el estudiantado tendrá la oportunidad de utilizar conocimientos previos para la construcción de un nuevo conocimiento y su posterior institucionalización, siempre y cuando el docente lo considere pertinente sin forzar dicha institucionalización. Se espera que los docentes que entrevistamos expresen desde su punto de vista si la consideran apropiada para implementar en su clase, de ser afirmativo quizás expresen que el problema habilitó al uso de diferentes estrategias por parte del estudiantado y que en su rol docente podrán gestionarlo como orientadores interpelando los conocimientos previos del estudiantado con diferentes preguntas.

Las situaciones dos y cuatro parten de una definición, sin preguntas que orienten al estudiantado y solo apuntan al cálculo a partir de la verificación de valores particulares. Tal vez ante el problema dos, para Contreras y Carrillo (1998) si el estudiantado logra verificar los casos verdaderos y falsos habrán puesto en práctica la teoría aprendida, desde el punto de vista docente quizás los entrevistados propongan otros cálculos más sencillos antes de los presentados y más complejos luego de haber trabajado los de la situación. Desde su gestión quizás permitirán cierta participación del estudiantado, pero serán los que al final de la resolución del problema. A su vez, el problema cuatro no pretende una organización de complejidad de los cálculos sino más bien que al haber trabajado la teoría están en condiciones de poder resolverlos, como Porlán (2002) lo indica, de no poder resolverlos serán los estudiantes quienes no prestaron la suficiente atención. Quizás los docentes entrevistados, desde esta perspectiva, promuevan un trabajo individual y de evaluación a partir de las soluciones expresadas en las carpetas del estudiantado.

Por último, la situación tres pretende poner el foco en los intereses del estudiantado como Porlán (2002) lo menciona, permitiendo una cierta simetría entre los docentes y estudiantes para la resolución de situaciones y que sean ellos quienes expresen sus intereses, luego en base a los mismos el docente proponga las situaciones. Quizás a los docentes entrevistados les llame la atención por ser un problema extramatemático pero con tendencia tecnológica.

Con respecto a la categoría de las *Situaciones problemáticas* se espera que, mediante los dichos de los docentes, podamos advertir su concepción sobre los problemas matemáticos ante los objetivos que proponen para las situaciones y las modificaciones como posibles estrategias didácticas que varían según la situación.

Para la categoría del *Sentido de la asignatura* se espera que respondan respecto al sentido que le da la matemática a la situación problemática y los objetivos de enseñanza que propone.

Ante la categoría *Papel del docente* se espera que los entrevistados expresen su forma de gestionar la clase, las interacciones que favorecen y las posibles intervenciones.

Las preguntas de la entrevista han sido agrupadas en categorías, cada categoría está dispuesta en función de la caracterización adoptada en el marco teórico de los autores Contreras y Carrillo (1998). Las preguntas se realizan para cada una de las situaciones propuestas.

Tabla 3

Resumen de las categorías para el modelo de enseñanza tradicional.

Categoría	Tradicional
Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se conciben?: Como ejercicios. • ¿Cómo se eligen?: A partir de un listado externo no organizado. • ¿Cuándo y cómo se usan?: Al final de los temas, como aplicación de la teoría impartida. • ¿Cómo se organizan?: A partir de secuencias exhaustivas no organizadas.
Sentido de la asignatura	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el sentido de la asignatura?: Para analizar y afianzar la teoría, aplicando la misma. • ¿Cómo se resuelve en la asignatura?: A partir de una resolución formal y prioritariamente deductiva. • ¿Qué tipos de problemas se utilizarán?: Problemas bien definidos, se resuelven con “artillería pesada”, con un proceso y solución única.
Papel del docente	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo reparte las responsabilidades?: Inicia y protagoniza el proceso de forma exclusiva. • ¿Cómo son las interacciones?: Espera y corrige las respuestas de los alumnos. Ante los obstáculos proporciona la resolución del problema. • ¿Cómo se concluye?: Expone su resolución como la correcta.

Contreras y Carrillo (1998, Pág. 34 y 35)

Tabla 4

Resumen de las categorías para el modelo de enseñanza tecnológico.

Categoría	Tecnológica
-----------	-------------

Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se conciben?: Como ejercicios y cuestiones teóricas. • ¿Cómo se eligen?: A partir de un listado organizado de orden de complejidad creciente de los conceptos a impartir. • ¿Cuándo y cómo se usan?: Al final de los temas, como aplicación de la teoría impartida. • ¿Cómo se organizan?: A partir de secuencias estructuradas de espiral conceptual.
Sentido de la asignatura	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el sentido de la asignatura?: Para dotar de un significado pragmático a la teoría, para introducir un tema, para sondear y para simular la construcción de conocimiento. • ¿Cómo se resuelve en la asignatura?: A partir de una resolución formal de problemas de corte real. • ¿Qué tipos de problemas se utilizarán?: Problemas bien definidos con “artillería pesada”, con un proceso y solución única.
Papel del docente	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo reparte las responsabilidades?: Plantea y contextualiza el problema dando algún protagonismo a los alumnos. • ¿Cómo son las interacciones?: Espera y corrige las respuestas de los alumnos con intención de enmendar. Ante los obstáculos proporciona la resolución de forma implícita o explícita. • ¿Cómo se concluye?: Expone su proceso de resolución como el más correcto.

Contreras y Carrillo (1998, Pág. 34 y 35)

Tabla 5

Resumen de las categorías para el modelo de enseñanza espontaneista.

Categoría	Espontaneista
Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se conciben?: Como actividad potenciadora del descubrimiento. • ¿Cómo se eligen?: A partir de la selección aleatoria de problemas cotidianos en función de la motivación y el contexto de la clase. • ¿Cuándo y cómo se usan?: Como vehículo para potenciar el descubrimiento espontáneo de nociones. • ¿Cómo se organizan?: A partir de secuencias aleatorias dependientes del contexto.
Sentido de la	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el sentido de la asignatura?: Adquirir

asignatura	<p><i>procedimientos y fomentar actitudes positivas para que los alumnos se involucren en su aprendizaje.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se resuelve en la asignatura?: Abordaje intuitivo de problemas cotidianos. • ¿Qué tipos de problemas se utilizarán?: Problemas que posibilitan la acción y la modelización sin un objetivo conceptual concreto. Admite resoluciones múltiples.
Papel del docente	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo reparte las responsabilidades?: Sugiere problemas • ¿Cómo son las interacciones?: Estimula en momentos claves y mantiene el interés. Ante los obstáculos no proporciona la respuesta al problema. • ¿Cómo se concluye?: Aporta sus resoluciones a la resolución colectiva.

Contreras y Carrillo (1998, Pág. 34 y 35)

Tabla 6

Resumen de las categorías para el modelo de enseñanza investigativo.

Categoría	Investigación
Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se conciben?: Como problemas con institucionalización de los aprendizajes. • ¿Cómo se eligen?: A partir de una colección organizada acorde con los objetivos planteados. • ¿Cuándo y cómo se usan?: Durante todo el proceso como entrenamiento en un marco flexible de adquisición de conocimiento conceptual y procedimental • ¿Cómo se organizan?: Desde un enfoque procedimental inmerso en redes conceptuales organizadas.
Sentido de la asignatura	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el sentido de la asignatura?: Aprendizaje de heurísticas y análisis de procesos para la construcción y formalización de conceptos. • ¿Cómo se resuelve en la asignatura?: Resolución matemática de problemas de inducción-deducción. • ¿Qué tipos de problemas se utilizarán?: Problemas incluso abiertos. condicionales susceptibles de ser modificadas. generando nuevos problemas de proceso y de solución múltiples.
Papel del docente	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo reparte las responsabilidades?: Genera problemas e implica a los alumnos. • ¿Cómo son las interacciones?: Orienta, canalizando las aportaciones positivas o negativas. Ante los obstáculos no

	<p><i>proporciona la solución al problema, más bien sugiere heurísticas.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se concluye?: <i>Organiza la conclusión y la síntesis final.</i>
--	--

Contreras y Carrillo (1998, Pág. 34 y 35)

4. Análisis teórico de los datos obtenidos

4.1 Perfil del docente y experiencia profesional

Para esta investigación se entrevistó a 3 docentes que se desempeñan en escuelas secundarias y tienen distintas trayectorias en el ámbito educativo.

4.1.1 Docente 1

Su título profesional es “Profesor en educación secundaria en matemáticas”, tiene una experiencia de 10 años y unos meses en el sistema educativo, se ha desempeñado en escuelas públicas céntricas y de isla, hasta hace unos dos o tres años que comenzó en una privada, siempre en el nivel secundario y de adultos. Actualmente se desempeña únicamente en secundarias orientadas, en 3°, 4°, 5° y 6° año del nivel, en las localidades de Escobar y Pilar.

4.1.2 Docente 2

Su título profesional es “Profesora de educación secundaria en Matemática”, tiene una experiencia de 3 años y algunos meses en el sistema educativo, se ha desempeñado en escuelas secundarias orientadas y en CENS. Actualmente se desempeña únicamente en secundarias orientadas, en 2° y 6° años, en la localidad de Luján.

4.1.3 Docente 3

Su título profesional es “Técnica Superior en Informática Aplicada y Profesora de Disciplinas Industriales”, tiene una experiencia de 21 años en el sistema educativo, se ha desempeñado en nivel terciario y universitario, posteriormente, en nivel secundario, en secundaria orientada y en FINES. Actualmente se desempeña únicamente en secundarias orientadas, en 1°, 2°, 3° y 6° dando Matemática y en 4° dando Ntícs, en la localidad de Pilar.

4.2 Análisis de las entrevistas por situaciones y sus respectivas categorías

4.2.1 Docente 1

a) Articulación teórica con la categoría Problema

La enseñanza de la matemática, para los autores Contreras y Carrillo (1998), admite distintas tendencias didácticas según cómo los docentes conciben los problemas y su resolución.

El docente 1 como objetivo de aprendizaje para el primer problema menciona “Yo creo que está bueno para dar pie a que vean la densidad, que es un conjunto denso...” y no propone modificaciones del mismo ya que dice “No, yo creo que tiene sus dos partes, la parte de las operaciones de tener que sumar y restar y después la de pensar.” Advertimos en esta respuesta que el docente 1 entiende que la dificultad del problema radica en el estudio de la densidad y que la operatoria con números decimales no será la dificultad del mismo, más bien será el inicio para la discusión sobre la densidad. Según Panizza y Álvarez (1990) en un nivel inicial del aprendizaje de la densidad, los estudiantes tienen facilidad para la operatoria, más aún con números decimales, pero no reconocen y no utilizan el concepto de densidad. El docente 1 reconoce el nivel de los estudiantes respecto de la operatoria pero que deben pensar más allá de lo procedimental para lograr la comprensión y uso del concepto.

Para el segundo problema, el docente 1 propone como objetivo de aprendizaje “Podríamos ver los valores, las cantidades que representan las fracciones porque(...) voy aumentando el del numerador y en la otra (actividad) el denominador, para ir viendo como si aumento el numerador, el valor va aumentando y si aumento el denominador el valor va achicando.”. Respecto de las modificaciones del problema dice “...si no están acostumbrados a reemplazar valores eh no sé, no sé si van a poder hacerlo. Podría plantearles la desigualdad y además darle los valores, como prueban si A vale tanto y B vale tanto reemplazando a ver si se cumple o no se cumple.” En este caso, se evidencia un estudio del número racional en su interpretación fraccionaria descrita por Kieren (1976, citado por Castaño Arbeláez, 2014) aunque no se menciona cuál de los subconstructos tendrá incidencia en la resolución de la actividad. Además, supone un desarrollo de la actividad procedimental y de aplicación, en la cual el docente hace énfasis en la enseñanza del reemplazo de valores y el posterior análisis del valor que representan las fracciones obtenidas.

El objetivo que propone para el tercer problema es “Reforzar un poco las unidades medidas... compararlo con el metro que por ahí es algo que ellos... es algo más tangible en su vida cotidiana y puede llegar a medir algo microscópico.”. Considera

que no es necesario realizar modificaciones y dice “No, está bueno y además después pide que dibujen y que inventen algún otro ser microscópico, está bueno.” Se advierte el estudio del número racional desde el subconstructo medida (Kieren, 1976), ya que se propone la comparación entre el metro y el micrómetro.

En el caso del cuarto problema, el docente 1 propone como objetivo de aprendizaje “...una vez que ya tienen medianamente asimilado el concepto de densidad podríamos darlo como una especie de fórmula para encontrar un valor que esté entre dos fracciones cualquiera.”. Para las posibles modificaciones del problema dijo “Por ahí la usaría, así como está y después para confirmar que está dentro podrían pasar o expresarlo como número decimal, que por ahí sí se visualiza bien... Por ahí le agregaría un paso extra de expresar como decimal.”. Siguiendo los niveles de estadios de aprendizaje del concepto de densidad, según Panizza y Álvarez (1990) en el nivel intermedio depende de los tipos de números involucrados y la complejidad del problema, esto dará lugar a la recuperación y uso del concepto de densidad. El docente menciona que en el problema cuatro, una vez que los alumnos comprendan la densidad implementarán la fórmula presentada.

b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura

Otro de los aspectos que hacen al modelo de enseñanza de la matemática es aquel que se relaciona con el sentido que adquiere la matemática en la resolución de problemas.

Para el docente 1, siendo una actividad concreta y lúdica se puede llegar a comprender conceptos abstractos como lo es la densidad del conjunto numérico ya que dice “Bueno, yo creo que esto le da una cierta complejidad (...). La densidad es algo que por ahí es medio abstracto para ellos. Sigue siendo dentro de todo bastante concreto... es un ejercicio bastante simple, se ve en un juego, a ver si se alcanzan o no (...).” De acuerdo a Contreras y Carrillo (1998), el docente 1 otorga un sentido de la asignatura del docente investigador ya que se refiere al análisis de los procesos para la posterior construcción de conceptos. Además, se refuerza esta idea cuando se le pregunta por los posibles objetivos de enseñanza y el docente 1 responde “Acercarlos a la idea de densidad, que ellos lo vayan construyendo.”

Respecto del segundo problema, el docente 1 hace referencia a que es una actividad que “(...) podría servir para fortalecer el concepto de orden de los números, orden de las fracciones, pero es complicado.” Según Contreras y Carrillo (1998), refiere a un sentido de la materia pragmático, que requiere una resolución formal, es decir es un sentido de la materia del docente tecnológico. Esta idea se condice cuando propone como objetivo de enseñanza “Quizá fortalecer los conocimientos previos. Quizás si ves que le fue muy bien con el contenido y le

querés subir el nivel podría ser, podría llegar a hacer un ejercicio que veas que puedan llegar a hacer.”

En la propuesta del problema tres, el docente 1 menciona que “El sentido de la matemática acá, bueno... retomando un video que vieron en TikTok ...o agarrar algo que ellos vieron en su celular en una red social... y darle una medida, mostrarles como eso chiquito tiene un número que está relacionado a algo que estuvieron viendo ellos (...) y como eso también puede estar relacionado con la matemática, con la materia que ellos tienen en la escuela.”, relacionando contenidos matemáticos con cuestiones cotidianas o que pudieron averiguar por otros medios, tendiente a fomentar actitudes positivas hacia la matemática, según los autores otorga un sentido espontaneista. Ante el objetivo de enseñanza expresa “(...) comparar y reforzar unidades de medida y notación científica.” La interpretación de este objetivo permite reconocer un sentido tecnológico de manera tal que se fija un objetivo seguido de la práctica.

Respecto del cuarto problema, el docente 1 no especifica qué sentido le otorga a la materia resolver este tipo de situaciones, aunque menciona que “(...) ya te están dando los valores y de vuelta es como reemplazar casi. Podría dar algunos ejemplos, pero después el tema es que tengan bien en cuenta que ese número, el valor que van a llegar a conseguir va a estar dentro o en medio de las dos fracciones que se les da, ese es el tema. Porque sí, capaz pueden hacer las cuentitas y todo muy lindo, pero eh... les da $21/16$. Y es como... ¿y eso está dentro... entre esas dos fracciones? y no sé.” Según los dichos del docente 1 podemos advertir que en la práctica los estudiantes podrán resolver la actividad, pero no en la teoría, en la comprensión del orden de las fracciones lo lograrán si se trabaja con el pasaje a números decimales. Esta idea se relaciona con las características descritas por Panizza y Álvarez (1990) respecto de la facilidad de la operatoria y la comprensión de ciertos conceptos, como el orden y la densidad, según con los tipos de números que trabajen los estudiantes.

c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase

Otro aspecto importante, que se relaciona con los anteriores, y que hace al modelo de enseñanza de la matemática es el tipo de rol que asume el docente y la gestión que hace durante la clase.

Para el primer problema, el docente 1 indica que al momento de gestionar la clase “Primero ayudarlos con la parte aritmética del ejercicio y después ir guiándolos con preguntas en la parte más teórica...”. El docente se posiciona como guía de aprendizaje, colaborando y acompañando a los estudiantes en la resolución del problema a través de preguntas. Según el docente 1 las posibles interacciones que favorecen este problema son más probables entre docente y estudiante, menciona

“Y yo creo que habría muchas preguntas, especialmente por la parte de cuentas. Siempre va a haber alguien queriendo usar la calculadora, pero yo creo que si ya vieron previamente sumas y restas, estas son muy sencillas”. Finalmente, respecto de la intervención ante los obstáculos dice “Y podría dar otros ejemplos similares, incluso algunos más eh... muchos más evidentes, porque acá cero y uno dentro de los números racionales son dos números medios alejados, podría dar números que están mucho más cerca todavía.”. Este posicionamiento del docente es más tendiente al modelo investigativo, ya que los autores Contreras y Carrillo (1998) lo describen como coordinador de las tareas investigativas de los estudiantes, es organizador y orientador de los estudiantes durante el proceso de enseñanza.

Para el segundo problema el docente considera que organizando y orientando los valores particulares que deberían probar para saber si son verdaderas o no al mencionar, “Sí, yo daría más en las que no se cumplen, daría algún valor donde sí se cumpla y algún valor donde no se cumpla... Entonces pueden llegar a deducir que es una desigualdad que se va a cumplir siempre.” En este caso la aplicación práctica de las expresiones algebraicas de desigualdad mencionadas en Luque (2014, citado en Díaz López, 2021) y Bagoly (2018, citado en Gallo Gavilán, 2019) supone relacionar el cálculo práctico con el concepto de densidad. La participación del estudiante se centrará en la aplicación y verificación de los cálculos, al decir, “No los veo debatiendo. Va, qué sé yo, después chequeando si se va a cumplir siempre o no, si es verdadera la expresión o no. Pero no, si ya ven que uno no da, ya está.” Guiar a los estudiantes en la aplicación de valores particulares genera la dependencia, asegurando los pasos planeados, buscando que internalicen la relación de los números racionales y la propiedad de densidad de manera práctica. Estructura que describen Contreras y Carrillo (1998) en un docente tecnológico. Por último, las intervenciones que realiza muestra que se puede obtener otro número racional reforzando el concepto de orden (Bagoly, 2018; Gallo Gavilán, 2019) “Claro, dar un ejemplo, por si todavía no vieron cómo reemplazar valores y nada, después darles y ver cómo se manejan con eso.”. Se condice con una intervención orientada al procedimiento, con cierta participación de los estudiantes, vinculado a las características del docente tecnológico.

En el problema 3, en su rol como docente propone de alguna manera retomar conocimientos previos de los estudiantes al mencionar “Yo tendría en cuenta ver o recordar un poco como son las unidades de medida, milímetros, centímetros, metro... para que ellos puedan lograr hacer el pasaje que tienen que hacer...”, acompaña de manera general y a recordar conocimientos previos ante el problema. Habilita la exploración e interés de los estudiantes, desde esta perspectiva no se impone una estructura rígida de resolución.

La centralidad de las producciones de los estudiantes permite la interacción entre ellos, el docente menciona, “En un primer momento seguramente estudiantes con el docente, ir viendo cómo hacemos el pasaje, la parte más matemática. Y en un final

entre ellos, mostrándose sus dibujos, sus cosas raras que hagan ellos, los nombres que les pongan y todo eso comparándolos.” El docente observa y acompaña las producciones de los estudiantes, permitiéndoles comparar sus propias producciones. La intervención es mínima, puntual para quienes lo requieran, menciona “Quizás alguna ayuda para el que lo necesite está buena, algún ejemplo, una cosita.” en este caso no trata de imponer un procedimiento o fórmula. Las respuestas del docente ante esta categoría, en su rol, interacción e intervención, queda expuesta desde la perspectiva del modelo de enseñanza espontaneista que proponen Contreras y Carrillo (1998).

En el problema 4, propone la escritura decimal para la comparación de los números y dice “Para no estar desviándose tanto podrían expresarlo como número decimal y ahí sí se vería bien que el valor que encontraron va a estar entre las dos que les damos.” en este caso organiza la clase para que no haya desvíos, definiendo claridad formal y evitando la variedad de estrategias. Reconoce que la mera aplicación del cálculo no proporciona interacciones entre estudiantes diciendo “Y yo creo que entre estudiantes y el docente, no sé si permite tanto...da lugar entre ellos, interacciones entre ellos.” El docente es quien deberá atender las consultas y guiar a la resolución del cálculo. En el caso de que los estudiantes no logren avanzar, la intervención será dar ejemplos y menciona que “(...) yo creo que no, no sé si se ve tan bien, no es tan evidente que el resultado que tengo va a estar entre tres medios y nueve octavos. Eh, como por ejemplo en el primero, así que yo creo que sí habría que ver.” El docente comprende la dificultad de la actividad por lo que intervenir y guiar a los estudiantes remite a las estrategias que se utilizarían en una clase tradicional que proponen Contreras y Carrillo (1998).

d) Articulación teórica con preguntas generales

Respecto de las preguntas sobre la enseñanza de los números racionales y la densidad, el docente 1 menciona “En general voy desde lo más obvio, de que piensen algo por el estilo, como en el último con alguna fracción que esté comprendida en dos, que estén muy alejadas. Entonces, ellos van pensando en fracciones que estén dentro y de ahí me voy acercando.”. Según sus dichos, organiza las situaciones desde un grado de complejidad menor hacia un grado de complejidad mayor, de manera que los estudiantes puedan avanzar progresivamente en la comprensión del concepto. Busca construir progresivamente y como idea central el concepto de densidad al decir “De a poquito vamos creando la noción de que entre dos fracciones quizás siempre va a haber otra.” A partir de ejemplos, los estudiantes podrán analizar regularidades, en una clase de estructurada guiada, pero incluyéndolos en la resolución de las consignas ya que menciona: “Lo que yo hago es ir guiándolos, ir dando ejemplos que yo sienta que ellos puedan llegar a hacer...mostrando en el pizarrón y entre todos lo vamos haciendo...”. “En general solemos hacer una puesta en común con los resultados...Y que vean que no

necesariamente tienen que coincidir.”. Se reconoce la relevancia conceptual del concepto de densidad cuando dice “Creo que está bueno darles el lugar o la importancia...la importancia de la densidad, que son conjuntos un poquito más complejos...”. Podríamos asumir que, al proponer actividades previamente planificadas y guiadas con ejemplos, dando lugar a la participación de los estudiantes en la resolución y análisis de los resultados obtenidos, muestra un posicionamiento al modelo tecnológico principalmente, con pocos aspectos del modelo investigativo.

e) Perfil docente

Las características analizadas del docente 1 nos permite distinguir que para la categoría problema predomina un rasgo investigativo con elementos propios de la tendencia tradicional ya que trata de orientar a los estudiantes y luego enfocarse en aplicar procedimientos y fórmulas. Para la categoría del sentido de la asignatura tiene una tendencia con características investigativas y tecnológicas ya que propone analizar el proceso y utilizar la práctica de cálculos para la comprensión de la teoría. En la categoría del rol docente y gestión de la clase podemos reconocer que el docente logra interpretar y contextualizar cada problema con un modelo específico. De manera investigativa al guiar y favorecer las interacciones, siendo tecnológico al permitir la articulación de la práctica con la teoría. Acompaña, habilita la exploración y favorece la autonomía desde el modelo espontaneista. Por último, de manera tradicional organiza y define un camino. En las preguntas generales podemos reconocer que su labor se centra en la planificación, guiada y progresiva a partir de los cálculos y ejemplos que él mismo propone siendo el modelo más aproximado el tecnológico.

4.2.2 Docente 2

a) Articulación teórica con la categoría Problema

Respecto del objetivo de aprendizaje de la primera situación, la docente 2 dijo “La operación con números decimales, porque hay que hacer sumas o restas, el tema del orden, porque no se pueden cruzar, no se pueden pasar y la posición de los decimales...así que sería como para trabajar la densidad.” Se reconoce como primer objetivo la operatoria con decimales y luego trabajar el concepto de orden y densidad que sería una consecuencia indirecta luego de trabajar sumas y restas, es decir, en la manipulación de un procedimiento que permita hallar los resultados. Luego, en las modificaciones de la situación dijo “Por ahí haría una tabla, pero aclarando primera jugada, la primera columna, segunda jugada, la segunda, como que no sé, me resultó confuso.” Al proponer el uso de tablas, la docente espera que la consigna aclare de manera guiada paso a paso, esto reduce la posibilidad de la libre interpretación para desarrollar distintas resoluciones. Desde Contreras y Carrillo

(1998) las respuestas del docente se pueden comparar con las características del modelo tecnológico que permite estructurar y planificar las clases de manera ordenada siguiendo los objetivos, pero incluyendo a los estudiantes en la resolución.

Para la segunda situación, la docente 2 propuso como objetivo de aprendizaje “Objetivo y que identifiquen ¿cuál es el numerador y el denominador de una fracción? porque aparece todo el tiempo a y b, y reemplazarlo donde corresponda.” Pensar en reconocer partes fijas de una notación y no avanzar en la fracción como subconstructos, cociente u operador que menciona Castaño Arbeláez (2014), promueve la centralidad de la aplicación y no la construcción del concepto de densidad y orden. Para las modificaciones del problema dijo “(...) a mí me hizo ruido que no me aclarara quiénes son A y B, porque estamos trabajando con números racionales, A y B pueden ser fracciones (...). Sí, faltaría darle un poco más de marco de condiciones.” En este caso la docente explica que deben aclararse las condiciones de los parámetros y agrega “(...) cuando lo resolví consideré $a=1$ y $b=2$, pero en eso pensaba, por ahí si fueran fracciones las que me dieron, que por ahí sí dan, viste cosas así, no me puse a probar todos los casos, o si fueran negativos(...) o la condición de que “b” por ser denominador, por estar en a sobre b, tiene que ser distinto de cero.” La docente hace hincapié en establecer el dominio en que se trabajará con la consigna y destaca la necesidad de aclarar que el denominador es distinto de cero, tal como la definición de número racional que establece Kieren (1980, citado en Castaño Arbeláez, 2014). La consigna debe tener las restricciones que guiarán al estudiantado hacia los valores numéricos, es decir como proceso y no como cierre del tema, luego de la instrucción podrían utilizar cualquier número racional, esta decisión se asemeja al modelo tecnológico por seguir un objetivo claro específico según Contreras y Carrillo (1998).

El objetivo de aprendizaje de la situación 3, según la docente 2, es “En el tres es para hacer un pasaje de medidas.” El objetivo no menciona de qué manera, por lo que el estudiantado podría utilizar diferentes procedimientos para obtener las equivalencias, para ello las posibles modificaciones del problema que propuso son “Les propondría que, en vez de ser esta situación, que tenemos algo muy chiquito, pensar en cosas que tengan más a mano que las midan y que ahí sí las transformen.” Quizás reconoce la dificultad de la unidad de medida en micrómetros y considera conveniente la utilización objetos del mismo entorno, al ser aleatorio lo que podrían medir podrá orientarlos en cada caso. En este sentido, considera los intereses del estudiantado y los pasajes de unidades de medida como procedimiento matemático del problema, tendiente al modelo espontaneista (Contreras y Carrillo, 1998).

Finalmente, la docente 2 no propone objetivos de aprendizaje para la situación 4. Respecto de las modificaciones del mismo dice “Siendo la primera fracción tal la segunda fracción, cuáles serían los números que están, para definir quiénes son A,B,C,D. Si no agregarle a ver si son verdaderas o son falsas (...) aclarar en qué

orden van las fracciones.” Nuevamente propone una consigna para guiar al estudiantado con valores definidos previamente y las indicaciones necesarias para resolver, esta estructura tradicional permite hallar una única solución (Contreras y Carrillo 1998).

b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura

Respecto del sentido de la asignatura según las situaciones problemáticas que se propongan, la docente 2 dijo que el primer problema “Me resultó mucho más práctica, mucho más cercana”, “En esta por lo menos tienen que pensar o me parece que el contexto está mejor armado.”, “Me parece más situación problema”. Reconoce que al ser una situación problema los estudiantes deberán pensar cómo resolver, comparando las estrategias y producciones entre pares, dando más protagonismo al quehacer del estudiante, podría corresponder a la tendencia espontaneísta o investigativa. Respecto de los objetivos de enseñanza dijo “Que utilicen las operaciones y que lleguen a la conclusión de que pueden seguir operando sin cruzarse esos dos números.” Este objetivo permitirá que los estudiantes intenten construir el concepto de densidad a partir de las distintas estrategias y la operatoria, además relacionar los conceptos previos que tienen respecto al uso y orden del número decimal. Podría decirse que el sentido de la asignatura y el objetivo de aprendizaje que propone la docente 2 se aproxima al modelo de enseñanza investigativo (Contreras y Carrillo, 1998).

Para el segundo problema, el sentido de la asignatura que le otorga la docente 2 es “Y acá se trabaja el orden de los números racionales, supongo que la densidad también, pero como entre el mayor y el menor aparece un número es un poco más..., menos visible que en el anterior.” Reconoce que cada estudiante al probar con números particulares obtendrá una única solución particular, simplificando el concepto de la densidad de un conjunto numérico. Respecto de los objetivos de enseñanza dijo “Que identifiquen a ver qué significan esas dos desigualdades y que puedan decir si se cumple la relación de orden o si no.” El objetivo general tiene la intencionalidad práctica para lograr la operatoria y el específico lograr reconocer el orden. Esta sistematización de conceptos uno como consecuencia de otro permitirá la asimilación del concepto, aproximándose al modelo de enseñanza tecnológica (Contreras y Carrillo, 1998).

La docente 2 refirió sobre el sentido de la asignatura que otorga el problema tres y dijo “Me parece que un poco justifica la utilidad, viste que siempre preguntan ¿y por qué?” distingue, por un lado, que la actividad involucra a los estudiantes porque prevé la pregunta regular “¿y por qué?”, por otro lado, se enfoca en la utilidad del pasaje de unidades y no el concepto en sí. Respecto de los objetivos de enseñanza dijo “Conocer diferentes unidades de medida y poder hacer pasajes entre ellas.” Refuerza el uso y los procedimientos que favorecen el pasaje de una unidad a otra,

esto permite conocer las unidades en base al uso de objetos en el contexto. Justifica el uso de la matemática en cuestiones cotidianas, acercándose al modelo de enseñanza espontaneísta (Contreras y Carrillo, 1998).

Finalmente, para el problema cuatro, la docente 2 dijo “Un embole tiene, el sentido es un embole.” sin aclarar qué sentido le otorga a la materia o qué objetivos de enseñanza se podrían establecer.

c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase

Para el primer problema, la docente 2 menciona las cuestiones que considera hipotéticamente si lo llevaría a la práctica y menciona que “haciendo que lo prueben con números o sea que se acerquen tanto como se pueda, pero que cuando lleguemos al punto donde se están por cruzar piensen en números cada vez más chiquitos, que se sumen o se resten.” En este caso la docente orientará a los estudiantes para probar estrategias de cálculo respecto al uso coordinando las producciones en cada caso. Luego supone que la organización sería “grupos de cuatro o cinco para acotar los resultados porque si no van a empezar a proponer, en la B pienso, en la de agregar tres sumas o restas.” Propone la interacción grupal que permitirá el debate entre pares, característica que se describe desde el modelo investigativo (Contreras y Carrillo, 1998). Ante los obstáculos que pudieran surgir menciona “Si se pasan a decimales más chiquitos que agreguen cifras y por ahí va a quedar un número asquerosamente largo y les pierdan el miedo a los números largos. Por ahí les preguntaría si no se les ocurre alguno antes o después. ¿Cómo llegar a ese? Hasta te diría viste que habilita el chusmear la calculadora.” Los obstáculos que menciona respecto al orden y valor posicional en los que sugiere agregar más decimales se relaciona con lo que destacan Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003) la importancia de reconocer la escritura decimal que utilizan los estudiantes, haciendo énfasis en el valor posicional. Menciona el uso de la calculadora, aunque no describe cómo la utilizarían los estudiantes en la resolución del problema.

Respecto del problema dos, la docente 2 menciona para la gestión de la clase “Identificando, con que vayan probando que agarren y elijan a alguien que sea A y que elijan a alguien que sea B, en las condiciones que yo les diga y que vayan probando a ver qué sale.”. Podría deducirse que se refiere a una gestión más guiada del problema, dadas las condiciones que deben cumplir los parámetros. La docente supone que las interacciones que posibilita el problema son entre estudiantes y dice “Sí, para mí van a enloquecer ahí entre ellos y después, veremos.”. La docente 2 supone que podría haber más intercambio entre estudiantes sobre cómo resolver el problema. Las hipotéticas intervenciones que supone son “Y por ahí arrancaría con sumas y multiplicaciones y que esté A y B, como en el primero, pero que en el medio

haya una cuenta más sencilla, me bajo de la suma, multiplicación y la división, pondría algo más sencillo: A sobre B menos 1. Y la división y pondría, no sé algo más sencilla, más básica, A sobre B menos 1, no sé una cosa más fácil.”. La docente propone ofrecer un cálculo más sencillo para la búsqueda del racional que estará entre los otros dos, ofreciendo una intervención guiada y estructurada. Según sus dichos, la docente 2 se aproxima al modelo de enseñanza tecnológico para la gestión de este problema (Contreras y Carrillo, 1998).

La gestión del problema tres según la docente 2 es “Esta no, porque acá tenemos única solución, la pueden hacer separados, no pasa nada. No hay mucha parte de debate.” La docente comprende que para este problema su resolución no requiere debate ni trabajo grupal, podría decirse que se asemeja al modelo de enseñanza tradicional (Contreras y Carrillo, 1998). La docente 2 supone que las posibles interacciones son “Entre ellos se van a estar preguntando.” Si bien anteriormente dijo que los estudiantes pueden resolver separados, supone que entre ellos resolverán sus dudas, tendiente a la concepción del modelo tecnológico, con cierta participación de los estudiantes (Contreras y Carrillo, 1998). En el caso que se presenten obstáculos, la docente 2 presupone que “Y por ahí antes de hacer la puesta en común tendrían que preguntarse entre ellos, chusmear a ver qué hizo el compañero y buscaría como que uno lo convenza al otro de por qué le dio lo que le dio. Si hay dos diferentes que cada uno, por más que esté mal, puede haber quién convence a quién y cuál es el resultado que queda.”. Esta organización de la puesta en común, fomentando un debate entre pares para justificar los resultados obtenidos se aproxima al modelo de enseñanza espontaneísta (Contreras y Carrillo, 1998).

Para el problema cuatro, la gestión de la clase que supone la docente 2 es “Para mí para que salga bien debería ser bueno: ‘¿quién es A?: tres’, ‘¿quién es B?: dos’, ‘¿quién es C?: 9’, ‘¿quién es D?: 8’. Bueno, ahora hagamos la cuenta. Tipo bien metódico.” Esta gestión del problema se caracteriza como tradicional ya que su rol es central para la resolución del problema, guiando y controlando el desarrollo de la actividad (Contreras y Carrillo, 1998). Respecto de las interacciones dijo “Es entre el chico y la actividad”, suponiendo que la resolución puede hacerse individualmente, sigue en la línea del modelo tradicional. Para la intervención ante los obstáculos supuso que “(...) hay que hacer esto para llegar a esto... pum, listo.”, en concordancia con los dichos anteriores y la aproximación al modelo tradicional.

d) Articulación teórica con preguntas generales

Respecto de la enseñanza de la densidad y los tipos de problemas que ofrece dijo que “(...) estoy en esa y vemos fracciones equivalentes y encontramos alguna que esté entre...en el intervalo, de las otras dos dadas, cuál sería un candidato para que esté en el medio.” Podría asegurarse que la docente utiliza en la enseñanza la definición de número racional como menciona Luque (2014, citado en Díaz López,

2021), entendiendo el conjunto numérico como familias de fracciones equivalentes. A su vez, subyace el concepto de orden, implícitamente el de densidad, ya que propone intervalos y hallar números que se encuentren dentro del intervalo.

Ante los posibles obstáculos dijo que “No, no creo que no, porque caí en el tradicionalismo, estoy ahí nadando. Propongo dos números diferentes, o dos fracciones o una fracción y un decimal, o sea, el decimal hay que pasarlo a fracción, y después propongo que las comparen. Cómo las comparan si son diferentes, entonces hay que encontrar fracciones equivalentes.” Según los dichos de la docente 2, se entiende que realiza una gestión guiada de la actividad, asociada a lo procedimental, relacionado a la tendencia tradicional o tecnológica, ya que no queda claro qué participación tienen los estudiantes en el proceso (Contreras y Carrillo, 1998).

La docente 2 dijo que concluye sus clases “Intento que quede corregida la actividad de ese tema. Me gusta que, viste que, si vamos a ver algo por ahí, no sé, tengo escritas cuatro A,B,C y D. Por ahí veo que no vamos a llegar al D, bueno, eso lo piensan, lo corregimos la clase que viene.” En este caso no es posible asegurar a qué tendencia se aproxima la conclusión de sus clases, ya que no se menciona de qué manera lo hace, qué relevancia se les da a las resoluciones de los estudiantes, o si expone su resolución como la correcta.

Otras cuestiones que mencionó como relevantes fueron “Yo lo trabajo cerquita de ubicar en la recta. Porque por ahí los números quedan como si fueran aislados, la densidad es porque están uno al lado del otro, tan cerca que no podemos decidir a ver cuál es el que sigue.” Según sus dichos, la docente utiliza la interpretación de los números racionales como fracción y decimal, asociado a las interpretaciones propuestas por Kieren (1976, citado en Castaño Arbeláez, 2014) y como punto de la recta numérica, interpretación del sentido de los números racionales que proponen los diseños curriculares del ciclo básico.

e) Perfil docente

Las características analizadas de la docente 2 nos permite distinguir que para la categoría problema presenta características del modelo tecnológico con rasgos tradicionales ya que propone el uso de procedimientos para aplicar y guiar la actividad teniendo en cuenta la teoría. Para la categoría del sentido de la asignatura, se aproxima al modelo tecnológico con rasgos investigativos ya que se reconoce la intencionalidad práctica para resolver las operaciones y propone utilizar y comparar estrategias entre pares. Para la categoría rol docente y gestión de la clase, se distingue la combinación tradicional-tecnológica respecto de la investigativa-espontaneista. Por último,

en las preguntas generales explícitamente menciona “Caí en el tradicionalismo”.

4.2.3 Docente 3

a) Articulación teórica con la categoría Problema

Respecto al objetivo de aprendizaje para la primera situación la docente mencionó “Yo decía números decimales, también los números naturales y números enteros más que nada. Porque están los números positivos y los números negativos. Y también puede llegar a pasar a número racionales, porque esos números decimales los pueden llegar a pasar a fracción.” Por lo tanto, no queda en claro qué de los conjuntos numéricos se propone como objetivo. Se destaca que propone el pasaje de la expresión decimal a la fraccionaria, haciendo énfasis en dos interpretaciones del número racional que define Kieren (1976, citado por Castaño Arbeláez). La docente propone una posible modificación del primer problema al mencionar que “por ahí agregaría algún jugador más, cosa de que a veces en el aula si pones para que jueguen ellos. Que los jugadores fueran ellos, de esa manera lo entenderían más. Entonces agregaría algunos más que tuvieran positivo y negativo...” En este sentido, es posible advertir que la docente ofrece cierto protagonismo a los estudiantes y favorece la actividad grupal, aproximándose al modelo investigativo (Contreras y Carrillo, 1998).

Para la segunda situación, la docente menciona que el objetivo de aprendizaje puede ser “Como dice el mismo título, saber que tenemos infinitos números racionales.”, haciendo referencia al conjunto numérico y la propiedad de la densidad. Respecto de las posibles modificaciones dijo “No, la actividad para mí, para resolverla está bien, no le cambiaría nada, así como esta va bien.” En este caso la docente dejaría que los estudiantes realicen la actividad práctica y que comprendan que hay infinitos números entre dos fracciones posicionándose desde el modelo tecnológico de Contreras y Carrillo (1998).

Para el objetivo de la situación 3 la docente expresó “Primero milímetros, medidas más que nada, el problema es pasar a fracción” en este aspecto no deja en claro cuál es el objetivo de la clase. En cuánto a la modificación que haría dijo “No es que lo modificaría, yo te digo por el aprendizaje que tienen ellos en este momento, yo creo que en este momento no lo harían.” ...” por ahí más adelante puede ser, pero en este momento no.” Al conocer a sus estudiantes no propone una modificación ya que entiende que la actividad no sería alcanzada por los mismos.

Al preguntar por el objetivo de la situación 4 respondió “Con números racionales, inecuaciones, a ver si vamos es muy parecida a la 2. Digamos que casi está queriendo llegar a los mismos contenidos de los números infinitos.” Nuevamente relaciona el objetivo de enseñanza al uso de los números racionales y la propiedad

de densidad. Para la modificación de la situación mencionó “No le cambiaría nada.” la docente dejará que sus estudiantes utilicen una definición para aplicar y resolver la actividad partiendo desde el modelo tradicional mencionado por Contreras y Carrillo (1998).

b) Articulación teórica con la categoría Sentido de la asignatura

Respecto al sentido de la asignatura de la situación 1 mencionó “La explicación en el sentido común del ejercicio está bien” ... “Creo que los chicos lo entenderían perfecto, tiene sentido para explicar dos o tres temas específicamente” La docente entiende que el sentido de la situación es la de explicar los contenidos que involucran la actividad. Al preguntar respecto al objetivo de enseñanza expresó “Explicarles lo de la recta numérica también, al tener los negativos, porque hay mucha confusión, porque ellos al tener esos números negativos que están ahí, ellos van a pensar que va a estar en la parte negativa y no le van a ir restando al 1, como tendrías que hacer desde un principio. Y que no van a quedar en los negativos, porque es lo primero que van a pensar, te lo van a querer empezar a ubicar en la parte negativa.” En este sentido la enseñanza se centra en la explicación de los conceptos, este enfoque se aproxima mayoritariamente al modelo tradicional mencionado por Contreras y Carrillo (1998).

El sentido de la asignatura que la docente le otorga a la situación 2 es el siguiente “no solamente van a aprender lo de los números racionales, sino también inecuaciones porque tienen que empezar a despejar y una inecuación con un intervalo” en este caso hace referencia al despeje de inecuaciones desde un sentido procedimental. Respecto del objetivo de enseñanza en esta situación la docente comentó “que no te ponen una fracción ni loco, van a pasarlo a decimal y después recién ahí sacarle los intervalos, porque es lo que hacen. Ah, por más que vos le des la teoría es como que no vuelven a la carpeta a ver las cuestiones teóricas. Vos cambiaste algo y te dicen eso no lo dió profe, y les digo está en la teoría.” En este sentido la docente propone retomar la teoría para que resuelvan la situación, por lo que su enfoque se aproxima al modelo tradicional de Contreras y Carrillo (1998).

El sentido que le otorga a la situación 3 al mencionar “Esto sería bueno también, porque esto también lo pueden llegar a trabajar con biología.” es la articulación con otra asignatura. En cuanto al objetivo de enseñanza dijo “Las medidas de unidades, de nuevo fracciones, otra cosa no.” No podemos afirmar el tipo de modelo de enseñanza ya que no menciona cómo lo haría, si cabe mencionar la utilidad de las unidades de media con fracciones como subconstructo de acuerdo a las interpretaciones de Kieren (1976, citado por Castaño Arbelaez, 2014).

Respecto del sentido de la asignatura que sugiere para la situación 4 dijo “Muy bueno el ejercicio porque, como vimos recién es muy repetitivo, pero los hace pensar bien y los hace razonar, que es lo que tienen que hacer en la matemática”. Para la

docente el objetivo de enseñanza sería “saber a dónde tienen que aplicar y para qué tienen que aplicar ciertas fórmulas.” En este caso sus dichos se aproximan al modelo tradicional que establece el análisis y la aplicación de la teoría en la resolución de problemas (Contreras y Carrillo, 1998).

c) Articulación teórica con la categoría Rol docente y gestión de la clase

Respecto de la gestión de la clase para el primer problema la docente menciona “A mí me gustaría para un tercero, me gustaría trabajar en grupo más que trabajaran individualmente porque los haría pensar más, a mí entender pensarían más.” La docente supone que las posibles interacciones son entre estudiantes al mencionar que “La interacción... tengo un grupo que sería muy bueno para ellos (...) les serviría porque hay algunos que les gusta más el juego. Van a querer trabajar más y por ahí poner a uno de los chicos que sabe más y al otro que sabe un poquito menos y que uno le vaya explicando al otro, entonces de esa manera van a ir aprendiendo entre ellos.” Finalmente, respecto de las posibles intervenciones que haría dice “Ir explicándoles de a poco los temas, si quieren que vayan pensando de que, a ver si Diego tiene que partir del 1, ¿Qué significa ese signo menos que tiene el 0,1? y el otro que parte del cero ¿por qué tiene el signo más? de esa manera ir explicando a ellos, cómo tienen que ir resolviendo el ejercicio.” La docente hace partícipes de la resolución a los estudiantes a partir del juego, y supone la conformación de grupos de manera que los que menos dificultades tienen favorezcan la resolución de otros estudiantes. El modelo investigativo (Contreras y Carrillo, 1998) supone, entre otras cuestiones, involucrar a los estudiantes en el problema y orientar ante las dificultades con preguntas que favorezcan el análisis, tal como lo menciona la docente.

Para la gestión del problema dos la docente dijo “primero que tengan bien claro, lo que es una ecuación para resolver una inecuación. Otro problema, que tenemos, que yo sigo teniendo, es que a veces no saben cómo interpretar, están con un problema de interpretación o de leer y razonar.” Respecto de las interacciones que supone dijo “La interacción que haría es de docente-alumno, trataría de que ellos me explicaran a mí cómo lo resolverán” Finalmente, dijo que ante los obstáculos haría preguntas. La docente mencionó “Le voy diciendo, vos me dijiste que hiciste esta manera y lo voy haciendo, entonces pongo los dos ejemplos y después le digo, esto está mal por este motivo o este está bien por este motivo, entonces así lo corrijo.” En resumen, se aproxima al modelo tecnológico (Contreras y Carrillo, 1998) ya que la docente plantea el problema considerando los conocimientos previos, dando cierto protagonismo a los estudiantes, solicitando la explicación de sus resoluciones. La docente corrige explicitando las resoluciones correctas e incorrectas.

Para la gestión del problema tres dijo “Estaría muy bueno las actividades para

trabajar en grupo.”. Respecto de las interacciones que supone mencionó “Yo trataría de que ellos buscarán la información y que ellos trabajarán y que ellos interactuaran.” Finalmente, respecto de las intervenciones dijo que “Para que puedan avanzar decirles miren en tal libro o en tal lado pueden sacar la información, se fijan y después me explican.” Nuevamente hace énfasis en el trabajo grupal y autonomía de los alumnos orientando al uso de libros, en este sentido se aproxima al modelo espontaneista propuesto por (Contreras y carrillo, 1998)

La gestión del problema cuatro supone “Que ellos lo tengan claro, porque si yo le voy a decir de una cuál es la letra no sirve.” Respecto de las posibles interacciones mencionó “Que ellos mismos entre ellos empiecen a razonar y vean cuál es la letra que corresponde.” haciendo referencia al reemplazo. Finalmente, las intervenciones que haría serían “Hablando y diciendo fíjense en la posición ¿dónde están los números? y de ahí sacando un razonamiento, digamos, porque si no le terminas dando todo siempre todo vos y no hay razón, que piensen ellos.” Esta forma de gestionar la clase que supone la docente se aproxima al modelo tecnológico (Contreras y Carrillo, 1998), planteando el problema y dando cierto protagonismo a los estudiantes para que puedan analizar y advertir cómo realizar el reemplazo de los parámetros. La docente quiere evitar la explicación directa de la resolución del problema.

d) Articulación teórica con preguntas generales

Respecto de las situaciones que ofrece en general para la enseñanza de los racionales y la densidad dijo “Con números racionales, densidad no, a ver lo único que llegué siempre con número racional, y cuando llegué, a segundo es suma, resta, multiplicación y división.” La docente hace énfasis en la operatoria dentro del conjunto numérico y no en las propiedades del mismo. Respecto de la organización de la clase y las intervenciones mencionó “Me pongo a hacer algún ejercicio, terminando, 5 minutos, porque ya sé que no entendieron y me pongo a explicar uno de los ejercicios que di como ejemplo.” Sobre la conclusión de sus clases dijo “Resuelvo uno para que vuelvan a tener de ejemplo conjunto con ellos, aclaro que es esto lo otro y bueno así voy terminando la clase.” Podemos advertir que de esta forma proporciona cierto protagonismo a los estudiantes y muestra la resolución de los ejercicios, coincidiendo con el modelo tecnológico (Contreras y Carrillo, 1998).

Sobre las cuestiones que le parecen importantes, la docente dijo “Lo tienen que saber porque está en la vida cotidiana, ellos tienen que saber que un medio son 500 gramos o tres cuartos, bueno, 750. Bueno, eso lo tienen que tener claro, porque yo le digo que lo manejan en la vida cotidiana, porque yo quería que empezaran a decir fracciones. Y sobre densidad te digo, a ver, sería importante que lo supieran, pero a ver, me gustaría más que entendieran y que llegaran a sexto año aprendiendo fracciones.” Podemos advertir que la docente hace énfasis en que los estudiantes

aprendan el concepto de número racional, especialmente desde la interpretación fraccionaria (Kieren, citado por Castaño Arbeláez, 2014).

e) Perfil docente

Las características analizadas del docente 3 nos permiten reconocer que la categoría problema combina el modelo tecnológico-tradicional con rasgos investigativos ya que propone partir de la práctica hacia los conceptos y de los conceptos a la práctica permitiendo la participación de los estudiantes. La categoría del sentido de la asignatura se aproxima al modelo tradicional al explicar la teoría para que los estudiantes la puedan analizar y utilizar. En la categoría rol del docente y gestión de la clase se distinguen rasgos tecnológicos e investigativos debido a que permite la interacción y participación de los estudiantes, pero advierte ciertas dificultades que podrían suceder. Por último, en las preguntas generales se distingue el modelo tecnológico considerando que explica con ejemplos el modo de resolución.

5. Conclusiones

En el análisis a priori se propuso como hipótesis que las características de las situaciones 1,2 3 y 4 respectivamente coinciden con el modelo teórico investigativo, tecnológico, espontaneista y tradicional (Contreras y Carrillo, 1998). Se esperaba que las respuestas de los docentes permitieran identificar similitudes de dichos modelos junto con las categorías problema, sentido de la asignatura y rol docente. El análisis de las entrevistas da evidencia de las concepciones respecto de esas situaciones en particular de lo que efectivamente sucedió.

La situación 1 fue diseñada para ser trabajada desde el modelo investigativo y efectivamente, según los dichos de los entrevistados, se reconocieron las concepciones predominantes investigativas, fomentando que los estudiantes realicen estrategias diversas en la resolución del problema, para promover la construcción conceptual. La situación 2 y 4 fueron diseñadas para promover un carácter más formal y procedimental, en este caso las concepciones docentes fueron similares a la hipótesis, es decir predominó lo tecnológico y tradicional, pero con ciertos rasgos investigativos. Por último, la situación 3 fue diseñada con características espontaneistas, pero las concepciones docentes que surgieron se aproximaron a la tendencia tecnológica, ya que se involucraba a los estudiantes, pero la situación se tenía en cuenta como repaso y refuerzo de carácter procedimental y teórico.

Se reconoce que ninguno de los tres docentes se posiciona estrictamente desde un único modelo para enseñar, sino que sus concepciones y decisiones didácticas

tienen en cuenta el contexto particular. En el docente 1 predominan las concepciones investigativas con rasgos tecnológicos. En el docente 2 reconocemos que las concepciones del modelo tecnológico resaltan más que el tradicional, pero se distinguen rasgos investigativos. Por último, en el docente 3 se distinguen principalmente concepciones del modelo tradicional respecto al tecnológico, con ciertos rasgos investigativos.

Este análisis nos permite afirmar que la enseñanza de la densidad en el conjunto de los números racionales no se construye únicamente con la selección de situaciones problemáticas, más bien desde la gestión de las mismas y las concepciones que cada docente sostiene respecto de la enseñanza. Las concepciones respecto al problema, el sentido que se le otorga a la matemática y el rol docente repercuten significativamente si una situación pueda llegar a adquirir las características de los modelos propuestos por Contreras y Carrillo (1998).

Respecto de la enseñanza de la densidad en los números racionales cada docente expresa distintas concepciones. Según los dichos del docente 1 se advierte que ofrece actividades progresivas, acompañadas de una gestión guiada con preguntas que hacen partícipes a los estudiantes en la comprensión de este concepto, trabajando con intervalos y buscando números que se encuentren comprendidos en el mismo. La docente 2, en cambio, expresó que ofrece actividades guiadas, mecanicistas. A partir de un intervalo se propone buscar un número que se encuentre comprendido en los extremos, para la comparación de los números se propone de manera práctica la búsqueda de fracciones equivalentes. Finalmente, la docente 3 menciona que no llega a realizar la enseñanza del concepto de densidad. Expresa la decisión de priorizar la enseñanza de las operaciones y la enseñanza de la representación fraccionaria del número racional.

Cabe destacar que los diseños curriculares de la provincia de Buenos Aires prescriben la enseñanza del concepto de densidad en primer y segundo año de la secundaria, haciendo énfasis en la enseñanza progresiva y la comprensión del concepto por parte de los estudiantes. Los docentes 1 y 2 hacen referencia a la enseñanza del mismo, mientras que la docente 3 hace referencia a otros contenidos prescriptos por el diseño curricular, como las operaciones básicas y las formas de representación del número racional.

Finalmente, podemos asegurar que la enseñanza de la densidad en el conjunto de los números racionales en la escuela secundaria básica representa un gran desafío pedagógico. No es suficiente la elección de “buenos problemas” ya que si no se gestionan adecuadamente será difícil habilitar la incertidumbre, realizar debates y fomentar la elaboración de estrategias propias por parte de cada estudiante. Se considera oportuno realizar el tránsito desde un modelo tradicional-tecnológico a uno investigativo que permita visibilizar la propiedad de densidad como construcción conceptual y no meramente teórico-práctica.

Nuevos interrogantes ¿De qué manera se enseña el concepto de densidad?, ¿Por qué no se llega a su construcción/comprensión? ¿En qué medida se reconoce si los estudiantes tienen cierta idea respecto al concepto de densidad?

6. Referencias Bibliográficas

Broitman, C., Itzcovich, H y Quaranta, M. E. (2003). La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 5-26.

Cámara, F. G. y Sgreccia, N. F. (2017). Obstáculos didácticos al trabajar con números racionales positivos al inicio de la escolaridad secundaria. *Revista premisa* 19(74), 3-21.

https://baseries.flacso.org.ar/uploads/productos/1316_04.pdf

Castañó Arbeláez, N. M. (2014). *Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales, Colombia].

Contreras, L. C. y Carrillo, J. (1998). Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. *Educación Matemática* 10(1), 26-37.

Díaz López, J. D. (2021). *Números racionales positivos, relaciones de orden y densidad: procesos de matematización de estudiantes del grado octavo*. [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas].

Gallo Gavilán, F.A. (2019). *El sistema Q de números racionales*. [Monografía, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle].

Gómez Mulett, A. y Pérez Schmalbach, A. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. *Saber. Universidad de Oriente, Venezuela* 28(4), 819-827.

<https://www.redalyc.org/journal/4277/427751143016/html/>

González-Forte, J. M., Fernández, C. y Llinares, S. (2019). El número natural como obstáculo en la comprensión del racional. *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Comunicación. Colombia, Medellín.

<https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/534/501>

Guichón, M. y Duarte, A. (2014). Sobre la densidad de los números racionales. *Quehacer Educativo*, 48-53.

https://fumtep.edu.uy/editorial/item/download/970_0e605a65a84acf10f813e868f19b4e3e

Kline, M. (1992). La matemática en Mesopotamia. En M. Kline (Ed.), El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días (pp. 18-34). (J. Hernández, Trans.). Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1972).

Panizza, M. y Álvarez, J.A. (1990). La propiedad de densidad, características de su aprendizaje y conclusiones para la enseñanza. *Educación Matemática* 2(3), 15-21.

Porlán, R. (2002). Cambiar la escuela. *Constructivismo y escuela*. (6° ed., pp. 144-178). Díada Editorial S. L.

Sadovsky, P. (2005). *Matemática, fracciones y números decimales 7° grado: apuntes para la enseñanza*. Parra, C. (dirección). Buenos Aires: Secretaría de Educación. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

<https://buenosaires.gob.ar/sites/default/files/media/document/2018/04/20/4823ee2607cedfd61a07a9ac20841f1a549a081f.pdf>

Souza Minayo, M. C., Ferreira Deslandes, S. y Gomes, R. (2023). *Investigación social: teoría, método y creatividad* (1° ed). Universidad de Lanús. Libro digital PDF.

https://www.researchgate.net/publication/368808677_Investigacion_social_Teoria_metodo_y_creatividad