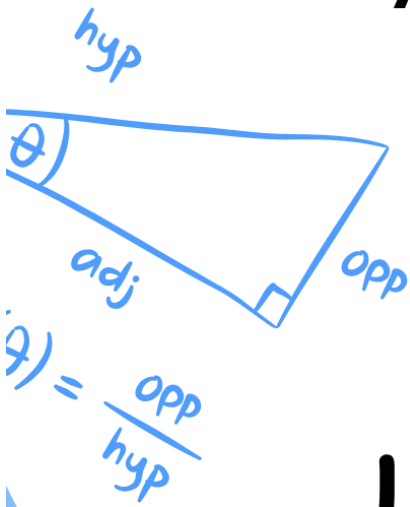




**UNIVERSIDAD NACIONAL
ARTURO JAURETCHÉ**



**CICLO DE,
PREPARACIÓN
UNIVERSITARIA**

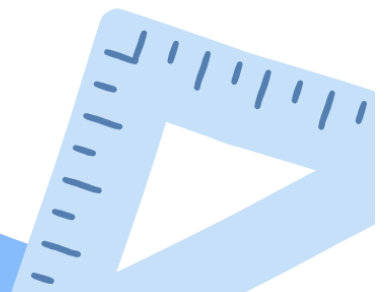


MATEMÁTICA



2026

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



¡Hola! Les damos la bienvenida a Matemática del CPU.

La cursada de esta materia será bimodal lo que implica que trabajaremos en el campus con actividades asincrónicas (las cuales podrán realizar en cualquier momento), con esto buscaremos recuperar conocimientos elaborados en su paso por el nivel secundario que servirán como punto de apoyo para Matemática Inicial, materia común a casi todas las carreras y a Introducción de la Matemática para las carreras de ingeniería.

En las siguientes pestañas, encontrarán un espacio destinado a cada uno de los temas del CPU de matemática. Respecto a ellos, se estudiarán algunos textos y videos ampliatorios con explicaciones y actividades para seguir aprendiendo. Estas actividades serán de "autocorrección" para poder practicar, en las cuales se incluyen devoluciones luego de realizarlas y al final de cada tema habrá tareas de autoevaluación.

Esperamos que este formato de cursada pueda favorecer al desarrollo del trabajo autónomo a partir de aprender a organizar los tiempos, repetir actividades o volver a leer explicaciones, y posiblemente otros aspectos que seguramente irán descubriendo con el correr de las semanas.

Luego de esta primera etapa de trabajo asincrónico, realizarán una evaluación de forma presencial sobre los temas vistos en este curso y finalmente recibirán una devolución personalizada sobre lo realizado. La idea es poder analizar la situación de cada estudiante para orientarla/os en el recorrido a seguir en el inicio de sus estudios universitarios.

¡Les deseamos una excelente cursada!

Equipo Docente de Matemática.
Ciclo de Preparación Universitaria.
Instituto de Estudios Iniciales

CRONOGRAMA CPU 2026

A continuación les presentamos el cronograma para Matemática del CPU.

Hay dos tipos de clases:

Las virtuales que serán durante febrero.

Las presenciales que serán en marzo.

Las clases virtuales son ASINCRÓNICAS, las pueden realizar en el campus cuando ustedes quieran, se habilitan en cada una de las fechas mencionadas que siempre serán los días lunes.

En marzo cursarán 3 clases presenciales, en la primera de ellas será el examen, en la segunda será la devolución y en la tercera trabajaremos con algunos contenidos.

| | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 2/2 al 8/2 virtual asincrónica | Números enteros |
| 9/2 al 15/2 virtual asincrónica | Números racionales y Porcentaje |
| 16/2 al 22/2 virtual asincrónica | Ecuaciones |
| 23/2 al 1/3 virtual asincrónica | Interpretación de gráficos |
| 4/3, 5/3 y 6/3 presencial | EXAMEN |
| 11/3, 12/3 y 13/3 presencial | DEVOLUCIÓN |
| 18/3, 19/3 y 20/3 | Introducción al álgebra |

Introducción

¿Matemática en el ingreso a la universidad? Claro que sí. Seguramente se estarán preguntando cuál puede ser el sentido de tener un espacio destinado a la matemática en el ingreso a la universidad. ¿Seleccionar a las/os más capaces? Claro que no. Nosotras/os no adherimos a la idea de que dominar la matemática es para unas/os pocas/os elegidas/os, casi como una suerte de predestinación hacia los números y las cuentas. Varias son las razones: primero, porque no hay una cuestión biológica que determine quiénes pueden entenderla y dominarla. Segundo, y en un mismo sentido, porque pensamos la experiencia de los inicios a la educación superior como una oportunidad de aprendizaje para todas/ os porque, desde nuestro lugar, decidimos asumir la responsabilidad de trabajar en las condiciones de enseñanza que habiliten no sólo el acceso a la universidad sino también contribuyan a la permanencia. Y así podríamos seguir enumerando motivos.

Los temas que les propondremos son números enteros y racionales, porcentajes, ecuaciones, interpretación de gráficos e introducción al álgebra, si bien son temas que han trabajado durante la escuela secundaria nos parece importante retomarlos y pensarlos desde otro lugar.

Las y los docentes de Matemática del CPU nos proponemos que cada una/o de ustedes tengan una mirada sobre su propio proceso de aprendizaje que les permita la claridad y certeza de saber que se han apropiado de determinados conocimientos, así como también visualizar aquello que necesita seguir siendo revisado en sus futuros trayectos formativos, consideramos que esta es una de las principales tareas que deberán aprender para avanzar en sus carreras, es decir, aprender a partir de la reflexión sobre la propia práctica pudiendo dar cuenta de avances en los conocimientos.

Gracias por elegir nuestra Universidad para continuar sus estudios y esperamos tengas un gran inicio en esta nueva etapa.

Conjuntos Numéricos

Muchas/os piensan que la matemática se utiliza en la vida cotidiana, con lo cual coincidimos, pero es necesario aclarar que no usamos "toda la matemática", en general utilizamos una porción ligada a los saberes más comunes y de uso social. Por eso nuestra propuesta es arrancar con problemas que involucren el uso de los números.

¿Cuáles eran los números enteros?

Es posible que los utilicemos, logremos operar, pero no necesariamente recordemos cómo identificarlos o cuáles son sus principales características. Por eso, a continuación, iniciamos con una actividad para retomar estas ideas y luego si avanzar en el estudio de los números enteros...

Las y los invitamos a ver estos videos donde Adrián Paenza repasa parte de los conjuntos numéricos.

Primer video: <https://www.youtube.com/watch?v=fTalc6VxTtM>

Segundo video: https://www.youtube.com/watch?v=m_CeQnwEIgw&t=4s

A continuación les proponemos una actividad en la que deberán clasificar números según los conjuntos numéricos a los cuales pertenecen.

ACTIVIDAD 1

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número 145.*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número $12/9$*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número $\sqrt{7}$*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número -1.*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número -12,34.*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

- *Seleccioná todos los conjuntos numéricos a los que pertenece el número $-\sqrt{56} + 3$*
 - a. Racionales
 - b. Reales
 - c. Naturales
 - d. Irracionales
 - e. Enteros

Ahora les proponemos una lectura, por qué si, en las clases de matemática vamos a leer bastante. Justamente es una de las intenciones que tenemos y nuestro objetivo es profundizar en la comprensión de diferentes tipos de textos, analizar datos y otras cuestiones que iremos desarrollando en la cursada.

Breve recorrido por los conjuntos numéricos

Seguramente recordarás haber estudiado en algún momento de tu escolaridad los conjuntos numéricos, los números naturales, enteros, etcétera. Repasemos brevemente de qué se trata.

En principio, es importante mencionar que se trata de conjuntos de números que comparten ciertas características que los diferencian de los demás.

Comencemos con el conjunto de los números Naturales, el cual se representa con la letra N.

En este conjunto numérico tenemos al 1, 2, 3, 4, 5, etcétera. La particularidad de este conjunto es que, partiendo del 1, cada número se obtiene sumando una unidad al anterior. Esto implica que, entre dos números consecutivos no hay ningún número natural. Por ejemplo, entre 124 y 125 no hay ningún número natural.

Para pensar: ¿En qué situaciones utilizamos los números naturales? Podés hacerte una lista.

Estamos seguras/os que podrás encontrar muchas situaciones en las que has usado estos números. Ahora bien, sabemos que hay más números además de los naturales. Por ejemplo, los números negativos.

Cuando agregamos los negativos y el cero al conjunto de los números naturales, se forma otro conjunto numérico: el de los números Enteros. Se representa con la letra Z.

En este conjunto numérico tenemos al 1, 2, 3... pero también al 0, -1, -2, -3... Es decir, el conjunto de los números enteros está formado por los números naturales, el cero y los opuestos de los números naturales.

Los enteros comparten la característica de avanzar (o retroceder) de 1 en 1 al igual que los naturales, pero con el agregado de tener números menores que 1: el cero y los negativos. Por ende, partiendo del 1 puedo sumar o restar de a una unidad para hallar el resto de los números.

Cuando tratamos de hallar números enteros entre dos números consecutivos, sucede lo mismo que con los naturales. Por ejemplo, entre -25 y -24 no hay ningún número entero.

Nuevamente podremos preguntarnos ¿en qué ocasiones utilizamos números enteros? Seguramente podrás mencionar varias situaciones en las que se utilizan estos números. Te proponemos que realices una lista de estas situaciones.

Ahora bien, entre dos números enteros consecutivos no hay ningún entero pero sí hay otros números que admiten una escritura decimal. Estos números decimales pertenecen a dos conjuntos bien diferenciados: los números racionales y los números irracionales.

El conjunto de los números Racionales se representa con la letra Q y surge, como su nombre lo indica, de considerar la partición o fracción entre enteros.

Por ejemplo, si tomamos al número 3 y lo fraccionamos en dos partes iguales, se obtiene 1,5. Está claro que no es un número entero sino que, es un número racional que surge de dividir a la mitad al número 3 ($3:2 = 1,5$). Otra forma de representar este número, es mediante la escritura fraccionaria $3/2$.

Es decir, los números racionales sirven para expresar cantidades que surgen de la división entre dos enteros. Estas divisiones pueden ser exactas o no. Por ejemplo: $4/2$ es una forma de expresar al número 2, esto implica que el número 2 es un número racional. También $2/3$ representa un número racional porque es la división entre el número 2 y 3, otra forma de expresar este número racional es 0,6 (periódico).

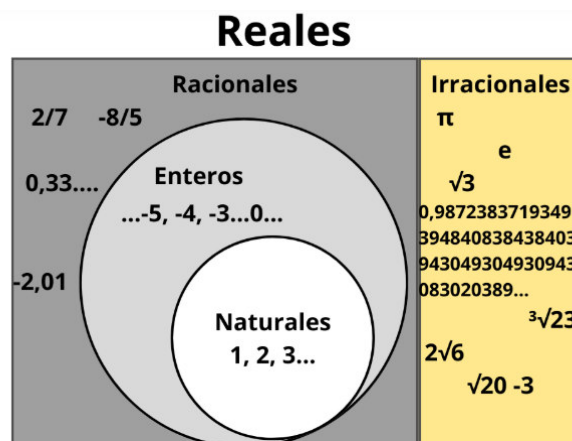
Te invitamos a reflexionar sobre las situaciones en las cuáles has utilizado números racionales y a anotar algunas de ellas.

Anteriormente mencionamos que entre dos números enteros hay números con expresión decimal. Cabe preguntarse si cualquier número decimal surge de la división entre dos enteros. La respuesta es no, pues hay números que no se obtienen de dividir dos enteros. Por ejemplo: el número pi, el número "e", entre otros. Estos números reciben el nombre de Irracionales porque no pueden expresarse como la división entre dos números enteros. Se los representa con la letra I.

La particularidad de estos números es que su expresión decimal tiene infinitas cifras no periódicas. Por ejemplo, el número pi es 3,14159265358979323846...y continúa infinitamente sin ningún tipo de periodicidad. Lo mismo ocurre con "e" y demás números irracionales.

Todos los conjuntos numéricos que mencionamos previamente forman el conjunto de los números Reales, que se representa con la letra R. Nótese que un número real puede ser racional o irracional. Si es racional, también puede ser entero y/o natural o simplemente racional no entero.

El siguiente esquema resume la clasificación de los conjuntos numéricos mencionados:



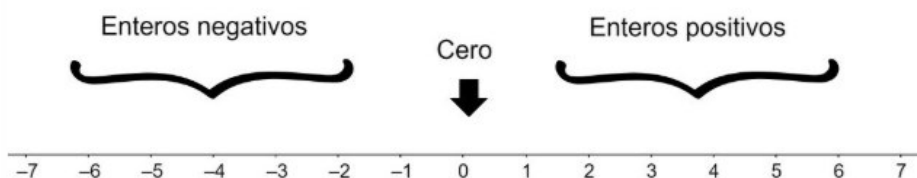
Luego de la lectura les dejamos una nueva actividad para poner en práctica lo leído.

ACTIVIDAD 2

- *El número -50 es un número entero pero no es un número natural.*
Seleccione una: Verdadero Falso
- *El número $\sqrt{25}$ es un número irracional porque se encuentra dentro de una raíz cuadrada.*
Seleccione una: Verdadero Falso
- *El número -3,5 es un número entero porque es negativo y racional porque tiene parte decimal.*
Seleccione una: Verdadero Falso
- *Todos los números enteros son también números naturales.*
Seleccione una: Verdadero Falso
- *Algunos números reales no son racionales ni irracionales.*
Seleccione una: Verdadero Falso
- *$3,4/12$ no es un número racional porque no es el cociente entre dos números enteros.*
Seleccione una: Verdadero Falso

Números Enteros

Los números enteros se conforman por los números naturales, o enteros positivos, el cero y los opuestos de los naturales a los que llamaremos enteros negativos. En una recta numérica se ubican de la siguiente manera:



Los negativos se ubican a la izquierda del cero y los positivos a la derecha.

Para utilizar una recta numérica es muy importante establecer una escala.

Llamamos escala a la medida establecida y constante para ubicar los números y tiene un orden.

Cada marca de la recta indica un intervalo que se mantiene constante.

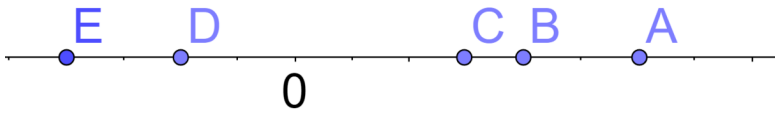
La escala se puede establecer según las necesidades, puede ir de 1 en 1, de 5 en 5 o de 1000 en 1000.

Con esta idea les dejamos dos actividades para poner en práctica la noción de orden en enteros.

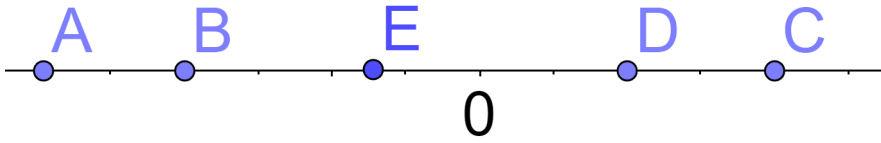
ACTIVIDAD 3

- *Dados los números:*
A: 30 B: 20 C: -20 D: -10 E: 15

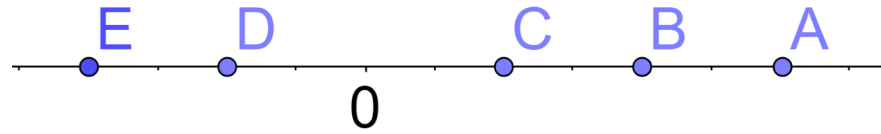
Indicá cuál es la recta numérica que tiene estos números ubicados correctamente.



a.



b.

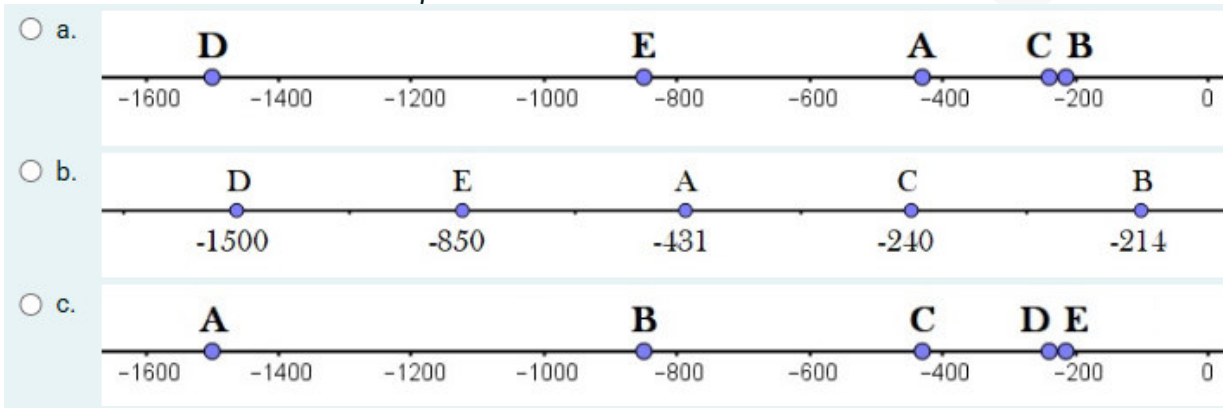


c.

- Dados los siguientes números

A: - 431 B: - 214 C: - 240 D: - 1500 E: - 850

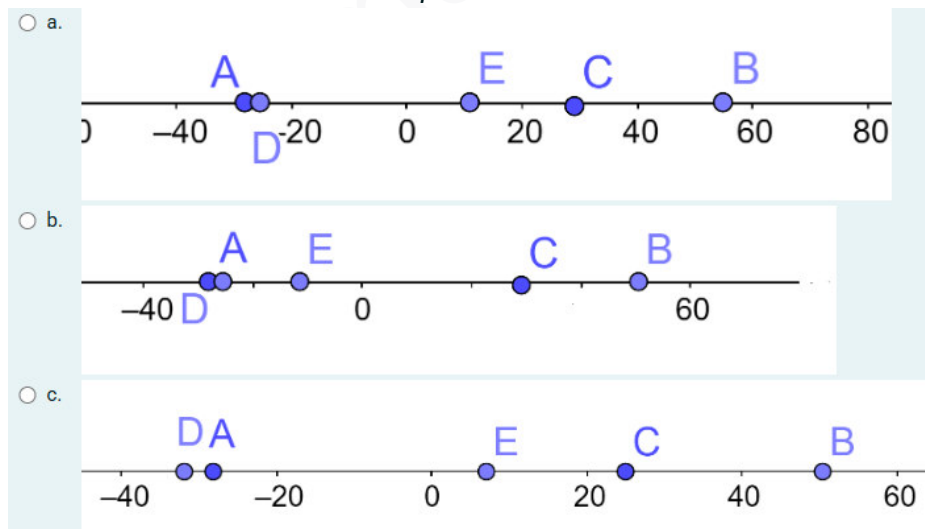
Indicá cuál es la recta numérica que tiene estos números ubicados correctamente.



- Dados estos números:

A: -30 B: 55 C: 28 D: -28 E: 12

Indicá cuál es la recta numérica que tiene estos números ubicados correctamente.

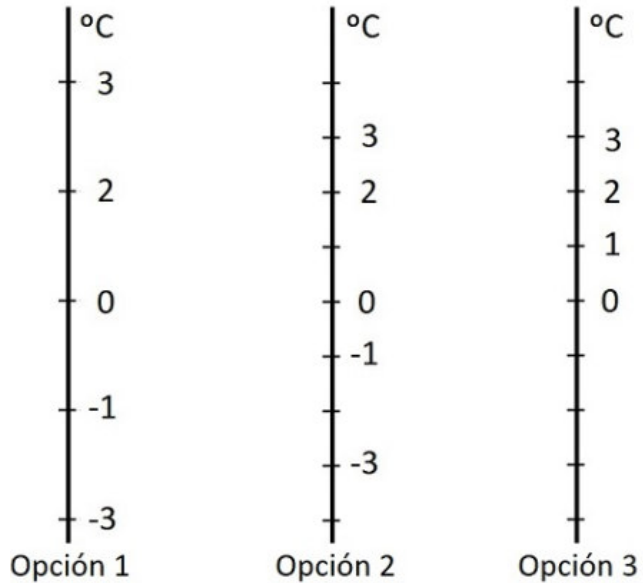


ACTIVIDAD 4

- A continuación les presentamos las temperaturas mínimas registradas en la ciudad de Bariloche, de lunes a viernes, en una semana de octubre del 2024:

- ❖ Lunes: 0 grados
- ❖ Martes: 3 grados
- ❖ Miércoles: 2 grados
- ❖ Jueves: 1 grado bajo cero
- ❖ Viernes: 3 grados bajo cero

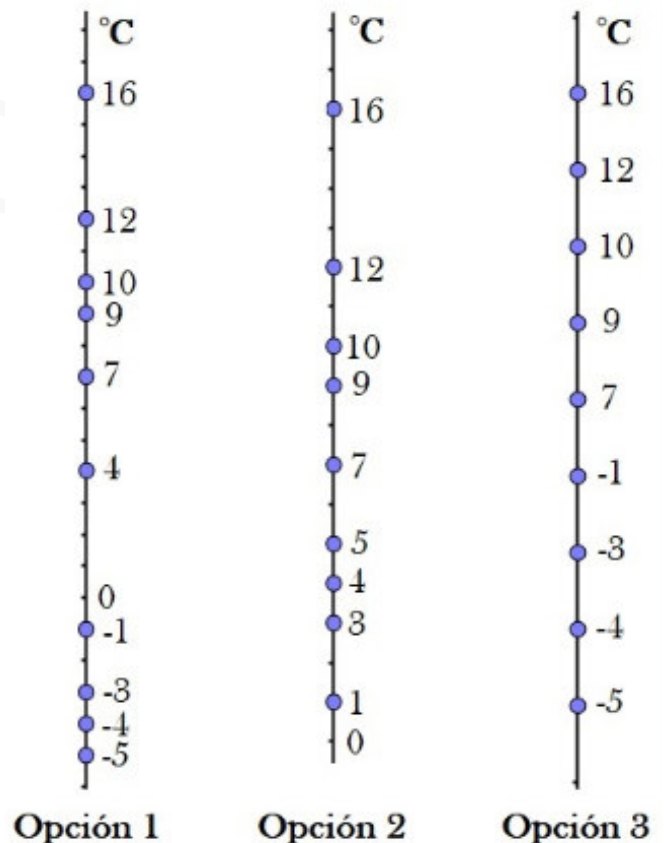
¿Cuál de las 3 opciones representa correctamente las temperaturas registradas?



- A continuación les presentamos las temperaturas mínimas y máximas registradas en otra semana de septiembre del 2024 en la ciudad de El Bolsón:

- ❖ Lunes min: -5 max: 7
- ❖ Martes min: -1 max: 10
- ❖ Miércoles min: -4 max: 12
- ❖ Jueves min: 4 max: 16
- ❖ Viernes min: -3 max: 9

¿Cuál de las 3 opciones representa correctamente todas las temperaturas registradas?



ACTIVIDAD 5

En algunos bancos, la cuenta corriente permite tener saldo negativo (a diferencia de la caja de ahorro en la que no se puede tener saldo negativo). A principio de mes, la cuenta bancaria de una persona presenta un saldo de

-\$125.000. Si a fin de mes el saldo es de \$250.000, ¿qué operaciones pudo haber hecho durante ese mes? Decidí cuál o cuáles de estos cálculos pueden corresponder a los movimientos de esa cuenta.

- a. $-125.000 + 150.000 + 100.000$
- b. $-125.000 - 125.000$
- c. $-125.000 + 375.000$

d. $-125.000 + 250.000 - 5.000 + 130.000$

ACTIVIDAD 6

Una persona trabaja con una planilla de cálculo. En la primera columna escribió diferentes números y la columna C se define como la suma de las columnas A y B.

- Completá con los números que deben ir en la columna B, para que el resultado de la suma sea siempre 1.000
- Para obtener los valores de la columna B se puede escribir la fórmula $= 1000 - A$

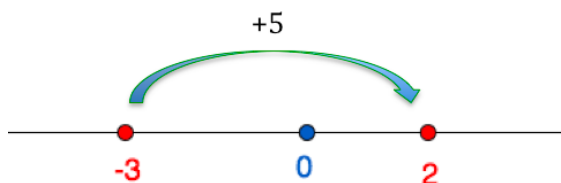
Seleccione una: Verdadero Falso

| A | B | C = A + B |
|-------|----------------------|-----------|
| 100 | <input type="text"/> | 1000 |
| 200 | <input type="text"/> | 1000 |
| -500 | <input type="text"/> | 1000 |
| -100 | <input type="text"/> | 1000 |
| 480 | <input type="text"/> | 1000 |
| -999 | <input type="text"/> | 1000 |
| -1048 | <input type="text"/> | 1000 |

Algunas reflexiones

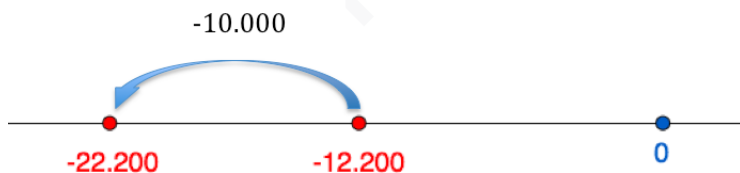
- Cuando a un número le sumamos un número positivo, podemos pensarlo en la recta numérica desplazándonos esa cantidad de unidades hacia la derecha.

Por ejemplo, para hacer $-3 + 5 = 2$, "nos paramos" sobre el número -3 en la recta numérica y nos desplazamos 5 unidades hacia la derecha.



Cuando a un número le restamos un número positivo, podemos pensarlo en la recta numérica desplazándonos esa cantidad de unidades hacia la izquierda.

Por ejemplo, para hacer $-12.200 - 10.000 = -22.200$, "nos paramos" sobre el número -12.200 en la recta numérica y nos desplazamos 10.000 unidades hacia la izquierda.



¿Por qué al restarle un número negativo a otro número es lo mismo que sumarlo?

En la Actividad 9 notamos que a partir de la suma de dos números, por ejemplo 100 y 900,

$100 + 900 = 1000$, se pueden deducir dos restas:

$1000 - 900 = 100$ y $1000 - 100 = 900$.

A partir de una resta de dos números, por ejemplo $1100 - 100 = 1000$, se puede deducir una suma:

$1000 + 100 = 1100$ y una resta: $1000 - 1100 = -100$

Estas relaciones también son ciertas si se suman números negativos. Por ejemplo:

como $1000 + (-900) = 100$, entonces $100 - (-900) = 1000$. Como $100 - (-900)$ da como resultado 1000, entonces restar -900 es lo mismo que sumar 900.

Es decir, $100 - (-900)$ es equivalente a $100 + 900$. → Restar un número negativo es equivalente a sumar su opuesto.

En general:

Si $a + b = c$, entonces vale que $c - a = b$ y $c - b = a$.

Si $m - n = p$, entonces vale que $m - p = n$ y $p + n = m$

➡ IMPORTANTE

Cuando se suma o se resta un número negativo se usan paréntesis para no confundir el signo menos de la resta con el signo menos del número negativo. Por ejemplo, en la Actividad 14, la suma de 1100 y -100 , se escribe así: $1100 + (-100)$. Y como sumar un número negativo es equivalente a restar su opuesto, se puede resolver restando a 1100 el opuesto de -100 , es decir, 100. Quedando así:

$$1100 + (-100) = 1100 - 100 = 1000.$$

ACTIVIDAD 7

Resolvé los siguientes cálculos.

Recordá que cuando un número es positivo no es necesario utilizar el símbolo más (+) pero cuando es negativo si es necesario utilizar el símbolo menos (-)

- $-25 + 34 =$

- $-13 - 2 =$

- $-48 + (-23) =$

- $15 - (-40) =$

- $-20 - (-34) =$

- $18 + (-20) - (-3) + 4 =$

Propiedades de la suma de enteros

Recordamos

La suma de números enteros tiene las siguientes propiedades:

Propiedad conmutativa de la suma: si en una suma de números enteros cambiamos el orden de los números, el resultado no cambia. Por ejemplo:

$$2 + (-5) = -5 + 2 = -3$$

En general, si a y b son números enteros se cumple que $a + b = b + a$

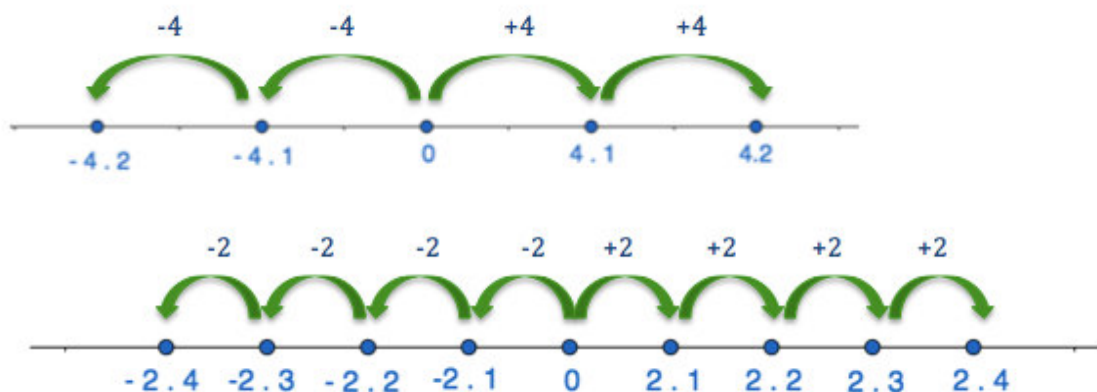
Propiedad asociativa de la suma: si en una suma los números se agrupan en diferente orden, el resultado es el mismo. Por ejemplo:

$$17 + (-5) + 2 = 17 + (-5 + 2) = 14$$

En general, si a , b y c son números enteros se cumple que $a + b + c = a + (b + c)$

¿Qué sucede en la resta de números enteros?, ¿se cumplen estas propiedades?. Te invitamos a analizar esto.

Además, teniendo en cuenta que $4 \cdot 2$ es como sumar 4 veces 2, o sumar 2 veces 4, se puede pensar que al hacer $-4 \cdot 2$ o $4 \cdot (-2)$ se obtiene por resultado el opuesto de $4 \cdot 2$.



ACTIVIDAD 11

- Seleccioná cuál o cuáles de las siguientes operaciones equivalen a realizar: $-9 \cdot 9$
 - $-(9+9+9+9)$
 - $4 \cdot (-9)$
 - $-9 + (-9) + (-9) + (-9)$
 - $9 \cdot (-4)$
- Seleccioná cuál o cuáles de las siguientes operaciones equivalen a realizar: $5 \cdot (-2)$
 - $-2 + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$
 - $-2 - 2 - 2 - 2 - 2$
 - $-5 - 5$
 - $5 + 5$

ACTIVIDAD 12

Resolvé estas multiplicaciones:

- $-6 \cdot 3$
- $-25 \cdot 2$
- $3 \cdot (-12)$
- $45 \cdot (-2)$
- $-15 \cdot 20$
- $125 \cdot (-1)$

Cuando se multiplican dos números enteros, es necesario tener en cuenta los signos de los números involucrados. Por ejemplo, el resultado de $2 \cdot (-3) = -6$ por ser el resultado de sumar dos veces el número -3 .

Si se multiplica un número negativo por uno positivo, el resultado será negativo. Si se multiplican dos números negativos, el resultado será positivo.

Propiedades de la multiplicación con Enteros

La multiplicación de los números enteros tiene las mismas propiedades que la multiplicación de los números naturales. A continuación, describimos cada una de ellas:

Propiedad asociativa de la multiplicación: Si en una multiplicación los números se agrupan de alguna manera o se descomponen en factores, el resultado no cambia. Por ejemplo:

$$-2 \cdot 5 \cdot 3 = (-2 \cdot 5) \cdot 3 = -10 \cdot 3 = -2 \cdot (5 \cdot 3) = -2 \cdot 15 = -30$$

$$12 \cdot 3 = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4 \cdot 9 = 36$$

Propiedad conmutativa de la multiplicación: si se cambia el orden de los números que se multiplican, el resultado no cambia. Por ejemplo:

$$2 \cdot (-3) = -3 \cdot 2 = -6$$

Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma (o resta): para multiplicar un número entero por una suma se puede multiplicar cada sumando por ese número y luego sumar los resultados. (Esta propiedad vale también si se multiplica un número entero por una resta). Por ejemplo:

$$-27 \cdot 13 = -27 \cdot (10 + 3) = -27 \cdot 10 - 27 \cdot 3 = -270 - 81 = -351$$

En símbolos:

Si a , b y $c \in \mathbb{Z}$, entonces $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

¿Por qué "menos por menos es más"?

Gracias a la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma de números enteros, si se multiplica un número entero negativo por -1 , el resultado es el opuesto de ese número negativo.

Por ejemplo, si queremos saber el resultado de $-12 \cdot (-1)$ podemos realizar el siguiente razonamiento: $-12 \cdot (-1 + 1) = 0$

Por la propiedad distributiva esto es:

$$-12 \cdot (-1) + (-12) = 0$$

$$-12 \cdot (-1) + (-12) = 0$$

La única posibilidad para que esta suma de como resultado cero es que

$$-12 \cdot (-1) = 12$$

Números Racionales

Comenzaremos con la definición de número racional: un número es racional si se puede escribir como fracción, es decir, como cociente de dos números enteros. Además, un número racional admite también una expresión decimal que puede ser finita o periódica.

Nos parece interesante empezar el tema revisando algunos aspectos de las fracciones que luego nos servirán para comprender mejor su definición.

ACTIVIDAD 13

Responder las siguientes preguntas:

- 1) ¿Cuántos cuartos son necesarios para formar un entero?
- 2) ¿Cuántos séptimos son necesarios para formar un entero?
- 3) ¿Cuántos quintos son necesarios para formar dos enteros?
- 4) ¿Cuántos medios son necesarios para formar tres enteros?
- 5) ¿Cuántos novenos son necesarios para formar un entero?
- 6) ¿Cuántos octavos hay en la mitad de un entero?
- 7) ¿Cuántos cuartos hay en un medio?
- 8) ¿Cuántos novenos hay en un tercio?
- 9) ¿Cuántos décimos hay en un quinto?
- 10) ¿Cuántos décimos hay en dos quintos?
- 11) ¿Es cierto que tres tercios y cuatro cuartos representan el mismo número?

Seleccione una: Verdadero Falso

- 12) ¿Es verdad que dos tercios representa el mismo número que cuatro sextos?

Seleccione una: Verdadero Falso

Una interpretación de la fracción

Si consideramos un entero dividido en dos partes iguales, podemos afirmar que cada parte representa la mitad de ese entero y se puede representar mediante la fracción $1/2$. Entonces, para completar ese entero necesitamos dos medios.

Si al mismo entero lo dividimos en 7 partes iguales, cada una de esas porciones representa $1/7$ del entero y serán necesarias 7 de esas porciones para completar el entero.

La expresión $1/n$ representa una parte del entero que se ha dividido en n porciones iguales. Para poder completar ese entero serán necesarias n partes de tamaño $1/n$.

Teniendo en cuenta esto, podemos analizar si una fracción es mayor, menor o igual

que un entero o si es la mitad de un entero, etc. Por ejemplo, la fracción $\frac{5}{8}$ se utiliza para indicar las 5 partes (iguales) de un entero que se ha dividido en 8 partes iguales.

Es decir, al considerar $\frac{5}{8}$ estamos tomando 5 porciones cuyo tamaño es $1/8$ del

entero: $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}$.

De este modo, podemos saber que esa fracción representa un número que es menor que un entero porque se tomaron menos de 8 partes. Además, podemos afirmar que este número será mayor que la mitad del entero porque si se ha dividido en 8 partes iguales, la mitad serían 4 y se representa mediante la fracción $4/8$ (en este caso, $1/2$ es otro modo de expresar $4/8$). Por lo tanto, $\frac{5}{8}$ es mayor que $4/8$ dado que se ha tomado un octavo más.

ACTIVIDAD 14

En cada uno de los problemas, considerar los números representados e indicar qué frase se ajusta mejor:

- $8/20$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $8/5$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $13/5$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $6/6$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $12/24$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $3/7$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $7/8$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $14/7$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $6/9$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $11/9$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $18/18$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $18/9$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

- $23/35$ es una fracción que:
 - a. Es un entero
 - b. Es mayor que la mitad del entero y menor a un entero
 - c. Es menor que la mitad del entero
 - d. Es la mitad del entero
 - e. Es igual a dos enteros
 - f. Supera al entero

Para seguir profundizando en la noción de número racional, te invitamos a leer el siguiente texto.

Quebrados pero no tanto: una aproximación a los números racionales

Uno de los conjuntos numéricos quizás más versátiles para representar diferentes cuestiones matemáticas es el de los números racionales. Para empezar, consideremos que un número racional admite al menos dos formas de representarse: utilizando una expresión decimal o mediante fracciones. Este elemento distintivo, si bien pragmático (pues según lo que se quiera representar o la operación que se desea realizar se

puede elegir cuál de ellas utilizar), encierra cierta complejidad dado que la equivalencia entre ambas expresiones no suele ser evidente a simple vista.

Para explicar algunos de los usos e interpretaciones de los números racionales, trabajaremos con algunos ejemplos.

Consideremos el número racional $\frac{3}{4}$ y abordaremos diferentes situaciones en las que se puede utilizar este número analizando las diferentes formas de representarlo.

- Si de una colección de 4 lapiceras, 3 son de color rojo, podemos afirmar que $\frac{3}{4}$ de las lapiceras son rojas. Es decir, consideramos una parte del total y en este caso, esa parte se representa con la fracción $\frac{3}{4}$.
- Si una pizza está dividida en 4 porciones iguales y comemos 3 porciones, habremos comido $\frac{3}{4}$ de la pizza. En este caso, el total se ha dividido en 4 partes iguales y se han tomado tres de esas partes.



- Si en una bolsa oscura hay 4 pelotitas: una celeste, una blanca, una amarilla y otra azul. Al sacar una pelotita al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no sea amarilla?

La definición clásica para calcular la probabilidad de que ocurra un suceso, indica que se debe dividir la cantidad de casos favorables por la cantidad de casos posibles. En este caso, el suceso de sacar una pelotita de la bolsa tiene 4 posibilidades (que salga cada uno de los colores), mientras que el suceso "que no sea amarilla" tiene 3 posibilidades, es decir, los casos favorables son 3 (que sea celeste, blanca o azul). Por lo tanto, la probabilidad de que no sea amarilla será $\frac{3}{4}$. En este caso, la fracción se ha utilizado para representar esta probabilidad.

- Si tenemos 3 kg de azúcar para repartir en 4 bolsas, podemos realizar la división $3 : 4$ y obtendremos el peso de cada bolsa. En este caso, podremos indicar que en cada bolsa habrá $\frac{3}{4}$ kg o bien, $3:4 = 0,75$ kg de azúcar. Ambas formas de expresar el número son correctas y en matemática se dice que son dos expresiones equivalentes. Es decir que la fracción $\frac{3}{4}$ también se utiliza para representar la división entre 3 y 4. Esto equivale a 0,75 en decimal, lo cual significa que $\frac{3}{4}$ es lo mismo que 0,75.

- Si en cambio, utilizamos esta relación con el dinero, por ejemplo: si 4 caramelos cuestan \$3. Para saber el precio de cada caramelo debemos realizar la división $3:4 = 0,75$. En este caso, no se utiliza la fracción para indicar la cantidad de dinero sino que usamos la expresión decimal \$0,75 porque el uso social de este número es mediante la expresión decimal.

Otro uso de la fracción $3/4$ se puede dar cuando representa una relación que se da entre otras cantidades. Por ejemplo:

- Si en un grupo de 60 personas, 45 son mayores de edad. Podremos afirmar que $45/60 = 3/4$ del total de personas son mayores de edad.
- También se podría utilizar el porcentaje como equivalente a la fracción $3/4$. Si consideramos el 100% y lo dividimos en 4 partes iguales, cada una de ellas es el 25 % del total. Por lo que $3/4$ representa un 75 % del total.

Otra forma de utilizar los números racionales es para medir o comparar. Quizás sea en este contexto que la expresión fraccionaria cobra un sentido más claro. Veamos la siguiente situación:

Supongamos que queremos medir el grosor de una hoja de papel de impresión y no contamos con una herramienta lo suficientemente precisa para poder hacerlo.

Sin embargo, podemos hacer una pila con 25 hojas iguales (de ese mismo espesor) y medimos el alto de la pila, obteniendo como resultado 3 mm. Es decir, las 25 hojas miden 3 mm.

Sabiendo esto, también podremos anticipar que 50 hojas del mismo tipo apiladas tendrán una altura de 6 mm o bien que 100 hojas medirán 12 mm. Todas estas relaciones nos permiten obtener el espesor de una hoja, ¿cuál es el cálculo que nos permite obtenerlo?

La relación $3:25$ nos permite determinar el espesor de una hoja, así como también $6:50$ o $12:100$. En todos los casos este cociente da el mismo resultado. Este modo de expresar la relación recibe el nombre de razón. Podemos decir, que en todos estos casos la razón es la misma y nos da el espesor de una hoja. Otra forma de escribir esta relación es mediante la expresión decimal 0,12. Que indica que cada hoja tendrá un espesor de 0,12 mm.

Estas diferentes formas de considerar a los números racionales permiten resolver diversas situaciones utilizando la escritura que resulte conveniente según el contexto. En este sentido, en muchas oportunidades resulta más simple operar con las fracciones. Sobre todo porque es la forma exacta de representar al número. Por ejemplo, si quisiéramos resolver el cálculo $1/3 + 2/3$ mediante la escritura decimal, debemos considerar que estas expresiones tienen infinitas cifras decimales. Mientras que, si lo realizamos con las fracciones, podemos determinar que ese cálculo da como resultado 1.

A continuación te proponemos una breve explicación sobre cómo hallar fracciones equivalentes. Luego te presentamos algunas actividades para que revises lo aprendido.

Cómo hallar fracciones equivalentes

A las "fracciones equivalentes" las definimos como aquellas que representan el mismo número racional. Por ejemplo, $\frac{5}{10}$ y $\frac{9}{18}$ y son equivalentes porque ambas representan la mitad del entero.

Las fracciones equivalentes se utilizan, entre otras cosas, para comparar y sumar o restar fracciones. Pero también, es necesario reconocer cuándo dos fracciones representan al mismo número racional.

Podemos preguntarnos: ¿cómo se obtienen las fracciones equivalentes y cómo se interpreta este procedimiento?

Una manera de obtener fracciones equivalentes consiste en multiplicar al numerador y al denominador por el mismo número. Cabe aclarar que al realizar esta operación, estamos en realidad multiplicando por 1. Porque si el numerador y el denominador de una fracción coinciden, estamos representando al 1.

Por ejemplo:

Para determinar fracciones equivalentes a $\frac{4}{7}$ podemos multiplicar al numerador y al denominador por cualquier número entero. En este caso, lo haremos por 5, es decir que escribiremos al 1 como $\frac{5}{5}$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{5} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}$$

notemos que, al multiplicar por 1 el resultado no se ve alterado, por lo que estamos escribiendo otra representación del número $\frac{4}{7}$.

Además de buscar fracciones equivalentes mediante la multiplicación, también se puede realizar un procedimiento similar, dividiendo el numerador y denominador de la fracción original por un mismo número entero, esto se conoce como "simplificar la fracción". En este caso, el numerador y denominador de la fracción original deberán tener un divisor común, distinto de 1. Cuando no se puede simplificar más, se dice que la fracción es irreducible. Por ejemplo:

Si queremos obtener una fracción equivalente a $\frac{12}{18}$ mediante la simplificación, podemos dividir al numerador y denominador por 3 (también se podría dividir por 2 o por 6). De este modo: $\frac{12}{18} : \frac{3}{3} = \frac{4}{6}$

Notemos que, al dividir al numerador y denominador por 3, la fracción no se modifica dado que $\frac{3}{3}$ es otra forma de representar al número 1.

Podemos encontrar infinitas fracciones equivalentes cuando multiplicamos al numerador y al denominador por un mismo número entero pero no ocurre lo mismo si la operación que se realiza es la división. Esto es así porque dado un número, el conjunto de los múltiplos de ese número es infinito mientras que el conjunto de los divisores de ese número no lo es..

Por ejemplo la fracción $\frac{4}{6}$ solo se puede dividir una vez más por 2 y queda $\frac{2}{3}$, la cual es irreducible.

ACTIVIDAD 15

- Elegir una fracción que sea equivalente (representa la misma cantidad) a la dada:

$$\frac{20}{12} \text{ es equivalente a: } \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{13}{26}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}, \frac{24}{12}, \frac{9}{7}$$

$$\frac{4}{2} \text{ es equivalente a: } \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{13}{26}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}, \frac{24}{12}, \frac{9}{7}$$

$$\frac{49}{63} \text{ es equivalente a: } \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{13}{26}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}, \frac{24}{12}, \frac{9}{7}$$

$$\frac{6}{15} \text{ es equivalente a: } \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{13}{26}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}, \frac{24}{12}, \frac{9}{7}$$

- Para hallar una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ se puede:
 - a. Multiplicar por cualquier número
 - b. Multiplicar al numerador por 3 y al denominador por 2
 - c. Sumar o restar al numerador y al denominador el mismo número
 - d. Multiplicar al numerador y al denominador por el mismo número. Por ejemplo por 5, obteniendo la fracción $\frac{10}{15}$
- La fracción $\frac{5}{7}$ es equivalente a:
 - a. $\frac{10}{7}$ ya que multiplico por 2
 - b. $\frac{35}{49}$ ya que multiplico por 7 al numerador y al denominador
 - c. $\frac{6}{8}$ ya que sumo 1 al numerador y al denominador
- Seleccionar las opciones correctas
 - a. Las fracciones $\frac{7}{3}$ y $\frac{14}{3}$ son equivalentes
 - b. Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{14}{35}$ son equivalentes
 - c. Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{7}$ son equivalentes
 - d. Las fracciones $\frac{12}{24}$ y $\frac{13}{26}$ son equivalentes

A continuación te dejamos un texto en el cual te dejamos algunas ideas planteadas sobre la comparación de fracciones.

Algunas ideas sobre la comparación de fracciones

A partir de la actividad que realizaron, les proponemos recuperar las ideas más relevantes respecto a la comparación de fracciones:

a) Cuando tenemos fracciones con igual numerador y distinto denominador, podemos pensar que se reparte la misma cantidad, pero en más partes. Por lo tanto, dichas partes resultará más chicas. Por ejemplo, si reparto una pizza entre 5 personas (cada porción es $\frac{1}{5}$) voy a comer porciones más grandes que si reparto la pizza entre 8 personas (cada porción es $\frac{1}{8}$), con lo cual $\frac{1}{5}$ es mayor que $\frac{1}{8}$.

b) Cuando tenemos fracciones con igual denominador y distinto numerador, tenemos diferentes cantidades para repartir en la misma cantidad de partes. Por ejemplo, si reparto 2 alfajores entre 8 personas voy a comer menos que si reparto 6 alfajores entre 8 personas, ya que reparto más cantidad entre la misma cantidad de personas. Con lo cual $\frac{2}{8}$ es más chico que $\frac{6}{8}$.

c) Cuando tenemos fracciones que no tienen ni numerador ni denominador igual, podemos empezar a analizar si alguna de ellas forma un entero o incluso si forman más de un entero. Por ejemplo, $\frac{4}{5}$ y $\frac{9}{4}$. En el caso de $\frac{4}{5}$ no forma un entero, ya que necesito 5 partes para completarlo y tengo 4. En cambio $\frac{9}{4}$

supera al entero, porque necesito 4 partes para formar un entero y tengo 9. Con esto podemos afirmar que $\frac{9}{4}$ es mayor que $\frac{4}{5}$.

d) También puede suceder que ninguna de las fracciones supere al entero, entonces podemos analizar si alguna es la mitad del entero, si es mayor a la mitad del entero o si es menor a la mitad del entero. Por ejemplo, si comparamos $\frac{5}{7}$ y $\frac{3}{9}$, en ambas no se supera al entero, pero si seguimos analizando se podría decir que $\frac{5}{7}$ pasa la mitad del entero ya que 5 es más de la mitad de 7, pero que $\frac{3}{9}$ no llega a la mitad del entero, ya que 3 es menos de la mitad de 9. Por lo tanto podemos afirmar que $\frac{5}{7}$ es mayor a $\frac{3}{9}$.

Esperamos que este resumen de ideas les pueda servir para comprender todo lo trabajado y tenerlo cómo herramienta para el examen.

ACTIVIDAD 16

- Al comparar estas fracciones , ¿cuál es la explicación y respuesta correcta?

$$\frac{1}{5} \text{ y } \frac{1}{7}$$

Seleccione una:

- a) $\frac{1}{7}$ es mayor que $\frac{1}{5}$ porque el denominador es más grande
 - b) 7 es más grande que 5 entonces $\frac{1}{7}$ es mayor
 - c) Ambas son iguales porque son equivalentes
 - d) $\frac{1}{5}$ es mayor a $\frac{1}{7}$ porque al dividir el entero en 5 cada parte es mayor que si se divide en 7.
- Al comparar estas fracciones , ¿cuál es la explicación y respuesta correcta?

$$\frac{3}{4} \text{ y } \frac{4}{3}$$

Seleccione una:

- a) $\frac{4}{3}$ es mayor porque hay más para repartir
 - b) $\frac{3}{4}$ es mayor porque pasa la mitad del entero mientras que $\frac{4}{3}$ no
 - c) $\frac{4}{3}$ es mayor porque supera el entero mientras que $\frac{3}{4}$ es menor que un entero
- Al comparar estas fracciones , ¿cuál es la explicación y respuesta correcta?

$$\frac{5}{10} \text{ y } \frac{3}{7}$$

Seleccione una:

- a) $\frac{3}{7}$ es menor que $\frac{5}{10}$ porque su numerador es menor
 - b) $\frac{5}{10}$ es mayor porque su denominador es mayor que en $\frac{3}{7}$
 - c) $\frac{5}{10}$ es mayor porque equivale a la mitad del entero y $\frac{3}{7}$ no llega a la mitad del entero
- Al comparar estas fracciones , ¿cuál es la explicación y respuesta correcta?

$$\frac{23}{10} \text{ y } \frac{16}{10}$$

Seleccione una:

- a) $\frac{23}{10}$ es mayor que $\frac{16}{10}$ porque tienen el mismo denominador pero el numerador es mayor
 - b) $\frac{16}{10}$ es mayor porque supera al entero
 - c) Son iguales porque son equivalentes
- Al comparar estas fracciones , ¿cuál es la explicación y respuesta correcta?

$$\frac{6}{16} \text{ y } \frac{3}{5}$$

Seleccione una:

- a) Es mayor $\frac{6}{16}$ que $\frac{3}{5}$ porque su denominador es mayor

- b) Es mayor $\frac{6}{16}$ que $\frac{3}{5}$ porque su numerador es mayor
- c) Es mayor $\frac{3}{5}$ porque supera la mitad del entero (3 es mayor que la mitad de 5) y $\frac{6}{16}$ no llega a la mitad del entero (6 es menor a la mitad de 16)

Porcentaje

El porcentaje es una de las nociones matemáticas que tiene gran presencia en nuestra vida diaria. Lo encontramos en los medios de comunicación, al momento de hacer las compras, en nuestros dispositivos electrónicos, en las tablas de información nutricional de los productos que consumimos, entre muchas otras situaciones...

Además de ser un conocimiento matemático que destaca por su frecuente uso social, es interesante pues se encuentra en la intersección de tres ejes conceptuales: las fracciones, la proporcionalidad y el tratamiento de la información.

En esta sección, les proponemos que realicen la actividad y si no recuerdan cómo se calculan porcentajes entonces les indicamos la lectura del texto que les permitirá revisar el concepto de porcentaje así como también abordar algunas de las estrategias para el cálculo.

ACTIVIDAD 17

- ¿Cuánto es el 15% de 520?
- ¿Cuánto es el 10% de 780?
- ¿Cuánto es el 5% de 24?
- ¿Cuánto es el 25% de 60?
- ¿Cuánto es el 50% de 125?
- ¿Cuánto es el 75% de 500?
- ¿Cuánto es el 15% de 930?
- ¿Cuánto es el 120% de 450?

Cálculo de Porcentajes

¿Cómo calcular un porcentaje?

Posiblemente la mayoría de ustedes recuerde que existe un método para el cálculo de porcentajes llamado regla de tres simple. La misma se basa en un mecanismo donde se establecen ciertas relaciones entre valores concretos de un problema y los porcentajes que representan. Ahora bien, ¿esta es la única forma de calcular un porcentaje? ¿Por qué funciona esta regla? ¿Bajo qué condiciones es posible su aplicación?

Comencemos aclarando que es posible utilizar la regla de tres simple para calcular un porcentaje porque se trata de situaciones de proporcionalidad directa. Es decir, "al doble le corresponde el doble", "al triple, el triple", "a la mitad la mitad", etc.

Por ejemplo, si sabemos que el 20% de cierta cantidad es \$82, podemos saber que el 40% será \$164 (al doble le corresponde el doble), también que el 60% será \$246 (al triple, el triple), etc.

Entonces, si queremos resolver una situación en la que debemos calcular porcentaje, podemos proceder de distintos modos. Comencemos analizando un ejemplo:

Los hermanos Maidana van a recibir la herencia de su padre quien les dejó una importante suma de dinero. En el testamento detalló que otorgará el 30% de sus

bienes para cada uno de sus tres hijos y el 10% restante será brindado a una fundación.

Si los bienes del Sr. Maidana suman un total de \$250000, ¿cuánto dinero reciben sus hijos y cuánto dinero la fundación?

- Si utilizamos la regla de tres:

Una posibilidad es comenzar calculando el 30% de \$250000 para saber cuánto recibe cada hijo/a. El total del dinero a repartir es el 100% y nuestra "incógnita" es cuánto dinero será el 30% de la herencia.

Así, podemos plantear el famoso esquema:

100% _____ 250000

30% _____ X = lo que tengo que averiguar

Según lo que se propone en la regla de tres, el cálculo que debemos hacer es el siguiente: $x = 30.250000 / 100$

A partir de este cálculo, podremos saber que cada hijo recibe \$75000. Faltaría determinar el dinero que recibe la fundación, dejamos esta tarea para que la realices.

Vamos a analizar el funcionamiento de la regla de tres.

¿Qué estamos calculando cuando aplicamos esta regla?

En principio mencionaremos que se puede multiplicar 30 con 250000 y luego dividir por 100 o bien, primero dividir 250000 : 100 y luego multiplicar por 30. Esta última forma de resolver los cálculos nos permitirá entender por qué funciona la regla de tres.

Al realizar la división 250000 : 100 estamos calculando el 1%. Es decir, si el 100% es 250.000, entonces el 1% será 2500. Conociendo el 1%, para obtener el 30% basta con multiplicar 2.500 por 30, obteniendo así 7500.

Esta es la razón por la cual la regla de tres "funciona" para calcular porcentajes.

- Si utilizamos fracciones:

Otro modo de determinar el 30% es utilizando su expresión fraccionaria. Es decir, el 30% se puede representar con la fracción 30/100. Vamos a calcular una cantidad que represente el 30% de 250000. De este modo, buscamos una fracción equivalente a 30/100 pero cuyo denominador sea 250000.

Podemos escribirlo así:

30/100 de 250000 por lo que, para determinar el 30% de 250000 es posible hacer:
30/100. 250000

Una forma de resolver este cálculo es multiplicar 30 con 250000 y luego dividirlo por 100 (el mismo cálculo que realizamos al aplicar la regla de tres).

- Si utilizamos una expresión decimal

Por último queremos mencionar otro modo de calcular un porcentaje. En este caso, nos apoyaremos en la equivalencia entre la escritura fraccionaria y la escritura decimal del porcentaje.

Es decir, si queremos calcular el 30% de 250000, podemos expresar la relación del 30% como 30/100, en este caso, si dividimos 30:100 obtenemos el número 0,3 que es su expresión decimal. Por lo que si deseamos calcular el 30% de 250000, bastaría con plantear lo siguiente:

$$0,3 \cdot 250000$$

Vemos que las tres formas de calcular el porcentaje son equivalentes. Podés elegir aquella con la que te sientas más seguro/a pero es importante que puedas comprender las diferentes formas de calcularlo.

Abordaremos un ejemplo más en el que utilizaremos distintas formas de calcular el porcentaje. Te invitamos a que completes con otros modos de resolver.

Ejemplo:

Este fin de semana, en el supermercado, realizaban el 15% de descuento en productos de perfumería. Compré varios artículos de ese rubro, el monto total sin el descuento fue de 2800. ¿Cuánto pagué con el descuento?

Para resolver este problema podemos plantear varias formas distintas, mencionaremos algunas:

- Una posibilidad es calcular el 15% de 2800 y luego restar este resultado a 2800. $15\% \text{ de } 2800 = 15 : 100 \cdot 2800$. En este caso se utilizó el cálculo de porcentajes mediante una fracción porque 15:100 es otra forma de expresar el 15%.

Para saber cuánto se debe pagar con el descuento, basta realizar $2800 - 420 = 2380$.

- Otra forma de calcular el 15 % de 2800 es utilizando la regla de tres:
100 % -----> 2800

$$15\% \text{ -----} > x = 15 \cdot 2800 / 100$$

A partir de aquí, nuevamente se resta y obtendremos 2380.

- Finalmente mencionaremos otro modo de resolver que consiste en considerar que si me realizan un descuento del 15%, entonces lo que voy a pagar no será el 100% sino el 85% que proviene de hacer $100\% - 15\% = 85\%$

Por lo que podemos calcular el 85% de 2800 y obtendremos en un solo paso el importe a abonar.

Utilizaremos la expresión decimal para calcular el 85% de 2800 = $0,85 \cdot 2800$

Como ya mencionamos, estas son algunas formas de resolver esta situación, podés considerar otras y en todo caso, consultar con tu profesor/a.

Para finalizar, nos gustaría que reflexionemos sobre lo que significa calcular un porcentaje. Por ejemplo:

El 15% de un total implica calcular los 15/100

de ese total, pero también se puede calcular los 3/20, entre otras fracciones equivalentes. Estas expresiones son equivalentes.

Otro modo de calcular el 15% de un total es aplicar la regla de tres, por lo que al total lo multiplicamos por 15 y lo dividimos por 100.

También se puede utilizar la expresión decimal equivalente para calcular el 15 % de una cantidad. En este caso, el cálculo sería 0,15 multiplicado por la cantidad a la cual le queremos calcular el porcentaje.

En estas explicaciones hemos intentado mostrar formas equivalentes para expresar los porcentajes. En muchas situaciones, la regla de tres puede resultar insuficiente. Por lo que es importante que comprendas y puedas utilizar otras estrategias.

Aclaración: tanto en los problemas propuestos en las clases como en los del examen, podés elegir la estrategia que quieras.

ACTIVIDAD 18

- *Seleccioná todos los cálculos que te permitan averiguar el 37% de 8700.*
 - a. $8700 \cdot 0,37$
 - b. $(37 : 100) \cdot 8700$
 - c. $(8700 : 100) \cdot 37$
 - d. $0,37 \cdot 8700 \cdot 100\%$
 - e. $(8700 \cdot 37) : 100$
 - f. $37 : 100$
 - g. $(87 \cdot 100) : 37$
- *Seleccioná todos los cálculos que permitan averiguar el 120% de 450.*
 - a. $450 \cdot 0,2 + 450$
 - b. $450 \cdot 1,2$
 - c. $(120 : 100) \cdot 450$
 - d. $450 \cdot 100 : 120$
 - e. $450 \cdot 120\%$
 - f. $450 \cdot 120 : 100$
 - g. $450 \cdot 0,20$

Muchas veces conocemos las cantidades pero tenemos que averiguar que porcentaje representan. A continuación les dejamos un texto explicando el tema.

CÓMO CALCULAR UNA CANTIDAD ANALIZANDO PROBLEMAS

Problema 1

"De les 800 estudiantes de un colegio, se han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de estudiantes se han ido de viaje?"

Como vemos, la pregunta apunta a calcular el porcentaje que representa, entonces podemos plantear lo siguiente:

¿Conocemos el total? ¿Qué porcentaje representa el total de una cantidad?

Sabemos que el total representa el 100%, por eso podemos decir que si les estudiantes son 800 ese es el 100%

Vamos a utilizar el método de regla de 3 simple:

800 estudiantes _____ 100%

600 estudiantes _____ $X = 600 \times 100 / 800 = 75\%$

Cuestiones a tener en cuenta: resolvemos siempre de la misma manera cuando utilizamos regla de 3 simple, es decir, se multiplica cruzado y luego se divide por el

número que queda.

La respuesta queda entonces: Les 600 estudiantes que viajan representan el 75%

Problema 2

"Quiero calcular qué porcentaje representa 266 libros que corresponden a novelas de un total de 950 libros que están en una biblioteca."

Deberíamos plantear:

TOTAL _____ 100%

CANTIDAD PARCIAL _____ X=

En este caso nos queda:

950 Libros _____ 100 %

266 Novelas _____ $X = (266 \times 100) / 950 = 28$

La respuesta entonces es: La cantidad de libros de novelas representa el 28%

Problema 3

"De un total de 520 frutas que se reparten, hay 140 que se encuentran en mal estado. ¿Qué porcentaje de las frutas están en mal estado?"

Siguiendo la misma idea podemos plantear:

520 frutas _____ 100%

140 frutas _____ $X = (140 \times 100) / 520 = 26,92\%$

Entonces la respuesta sería: El porcentaje que representan las frutas en mal estado es de un 27% (sería 26,92 aproximado)

Otra cuestión a tener en cuenta en estos planteos es lo siguiente: "respetamos las columnas"

Es decir, cuando organizamos los datos, los porcentajes se ubican en una misma columna y las cantidades en otra misma columna.

OTRO MÉTODO

Por último y pensando en buscar maneras más prácticas de resolver, podemos ver lo siguiente: Anteriormente establecimos que para calcular el porcentaje que representa hacíamos el planteo

TOTAL _____ 100%

CANTIDAD PARCIAL _____ X= que los resolvemos usando regla de 3 y nos quedaba: $CANTIDAD PARCIAL \cdot 100 / CANTIDAD TOTAL$

Esta cuenta nos permite calcular el porcentaje que representa, pero además nos permite ver que si directamente dividimos la CANTIDAD PARCIAL POR LA CANTIDAD TOTAL Y LUEGO LO MULTIPLICAMOS POR 100, vamos a obtener el porcentaje buscado.

Vamos a aplicar esto a los problemas anteriores:

"De les 800 estudiantes de un colegio, se han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de estudiantes se han ido de viaje?"

Vamos a hacer la cantidad parcial / cantidad total x 100

Quedando: $600 / 800 \times 100 = 75\%$

"Quiero calcular qué porcentaje representa 266 libros que corresponden a novelas de un total de 950 libros que están en una biblioteca."

Deberíamos plantear: $266 / 950 \times 100 = 28\%$

"De un total de 520 frutas que se reparten, hay 140 que se encuentran en mal estado. ¿Qué porcentaje de las frutas están en mal estado?"

Planteamos $140/520 \times 100 = 26,92\%$ (aproximadamente 27)

Luego de la lectura pueden realizar la actividad que sigue.

ACTIVIDAD 19

- ¿Qué porcentaje representa 9 de un total de 12?
- ¿Qué porcentaje representa 25 de un total de 200?
- ¿Qué porcentaje representa 360 de un total de 1200?
- ¿Qué porcentaje representa 5500 de un total de 5000?
- ¿Qué porcentaje representa 3360 de un total de 4800?
- ¿Qué porcentaje representa 18,5 de un total de 90?
- ¿Qué porcentaje representa 3 de un total de 4000?
- ¿Qué porcentaje representa 917 de un total de 300?

En la siguiente actividad podrán aplicar lo visto hasta aquí.

ACTIVIDAD 20

- En una zapatería realizan un relevamiento sobre sus ventas de la semana pero hay datos que se han borrado sin querer.

A continuación se muestra cómo quedó la tabla.

| Tipo de zapato | Cantidad de zapatos vendidos | Porcentaje |
|--------------------|------------------------------|------------|
| Zapatos de fiesta | 8 | |
| Mocasines | | 17,5% |
| Zapatillas urbanas | | 35% |
| Sandalias | 18 | |
| Botas | | |
| Total | 80 | |

- ❖ ¿Qué porcentaje representan los zapatos de fiesta?

- ❖ ¿Qué cantidad de zapatillas urbanas se vendieron?
- ❖ ¿Qué porcentaje representan las sandalias vendidas?
- ❖ No puedo calcular la cantidad de botas vendidas y su porcentaje porque faltan los dos datos.
- ❖ Seleccione una: Verdadero Falso

- En una ciudad el 42% de sus habitantes es menor de 20 años. Si hay 12674 habitantes.

¿Cuántos/as habitantes menores de 20 años hay?

- a. 5323,08
- b. 7350,92
- c. 7351
- d. 5323

- Si en la misma ciudad hay 340 personas mayores a 80 años.

Seleccioná cuales de estas afirmaciones son correctas.

- a. Las personas que son menores a 80 años son un total de 12334
- b. Para calcular el porcentaje que representan las 340 personas hay que hacer la siguiente cuenta: $(12674 \cdot 340) : 100$
- c. El porcentaje que representan las 340 personas es del 2,68%
- d. Para calcular el porcentaje que representan las 340 personas hay que hacer la siguiente cuenta: $(340 : 12674) \cdot 100$
- e. No es posible calcular el porcentaje que representan las 340 personas.

- Si 5708 de las/los habitantes tiene algún tipo de trabajo remunerado entonces podemos afirmar que la mitad de la población tiene trabajo.

Seleccione una: Verdadero Falso

- Si de los y las 5708 habitantes que tiene algún tipo de trabajo remunerado solo el 5% no está registrado podemos afirmar que son menos de 300 personas las que no se encuentran registradas.

Seleccione una: Verdadero Falso

ACTIVIDAD 21

- La app de un banco ofrece un 35% de descuento en carnicerías comprando los días sábados sin tope de reintegro. Si se realiza una compra por \$25.000 ¿cuánto se termina pagando?
- Si con la misma promoción se realiza una compra y se termina pagando \$33.800. ¿Cuánto era el total?
 - a. 1820045630
 - b. 45630
 - c. 52000
- Si la promoción del descuento del 35% tiene un tope máximo de \$7350. Indicá todos las afirmaciones que sean verdaderas.
 - a. Si se gasta \$40.000 descuentan \$14.000
 - b. El porcentaje que hay que pagar es del 65%
 - c. Como máximo se puede gastar \$21.000 para aprovechar todo el descuento.
 - d. No hay un valor máximo para gastar, siempre hacen un 35% de descuento.
- Para ahorrar dinero lo deposité en una billetera virtual que tiene un rendimiento del 3% mensual. ¿Cuánto dinero voy a tener si dejo depositados \$120.000 durante un mes?
- Si el total de la factura de agua durante agosto fue de \$4000 y en septiembre la factura fue de \$5000 y en ambos meses el consumo fue el mismo. Seleccioná todas las afirmaciones que sean verdaderas.
 - a. El porcentaje de aumento es de 25%
 - b. El porcentaje de aumento es del 80%
 - c. El porcentaje de aumento es del 20%
 - d. El porcentaje de aumento es 125%
 - e. El porcentaje de aumento se puede calcular haciendo $5000/4000 \cdot 100$

f. El porcentaje de aumento se puede calcular haciendo $4000/5000 \cdot 100$

ACTIVIDAD 22

Los números de la Guerra

Del conflicto armado participaron por el lado argentino más de 23 mil combatientes, según datos oficiales del Ministerio de Defensa de la Nación. De este total, 10.600 pertenecían a la Armada, 10.300 al Ejército, 2.300 a la Fuerza Aérea, y unos 200 entre Gendarmería y Prefectura. Además, existe un grupo de ex soldados no reconocidos que excederían las estadísticas oficiales.

La guerra dejó 649 combatientes nacionales, 255 soldados ingleses y 3 civiles isleños muertos. Casi la mitad de los argentinos murieron con el hundimiento del crucero General Belgrano (323).

Los soldados argentinos fallecidos durante el conflicto se repartieron en una proporción similar respecto a las fuerzas: 391 pertenecían a la Armada, 194 al Ejército, 55 a la Fuerza Aérea, y los restantes divididos entre Prefectura y Gendarmería. Los datos son oficiales y provienen del Ministerio de Defensa.

Entre los combatientes que volvieron al continente, muchos se quitaron la vida, aunque la cantidad total de suicidios no se conoce. Asociaciones de veteranos estiman que fueron entre 350 y 500. De todos modos, no hay datos oficiales sobre el tema.

Por otro lado, más de 21 mil personas reciben una pensión vitalicia del Estado para ex combatientes de la guerra de Malvinas. El dato corresponde al segundo trimestre de 2024. La pensión consiste en el equivalente a 3 jubilaciones mínimas, y se otorga a los soldados que "hayan estado destinados en el teatro de Operaciones Malvinas (TOM) o entrado efectivamente en combate en el área del Teatro de Operaciones del Atlántico Sur (TOAS) y a los civiles que se encontraban cumpliendo funciones de servicio y/o apoyo en los lugares mencionados".

De acuerdo con los datos de la ANSES, la mayoría de sus beneficiarios son habitantes de la Provincia y la Ciudad de Buenos Aires, Córdoba, Corrientes y Chaco.

Distribución de combatientes por fuerza

Según los datos oficiales, participaron más de 23.000 combatientes argentinos:

- ❖ 10.600 de la Armada
 - ❖ 10.300 del Ejército
 - ❖ 2.300 de la Fuerza Aérea
 - ❖ 200 de Gendarmería y Prefectura
- ¿Qué porcentaje del total representan los combatientes de la Armada?
 - ¿Qué porcentaje representan los de la Fuerza Aérea?
 - Compará: La fuerza que concentró el mayor porcentaje de efectivos fue la Armada. ¿Por cuántos puntos porcentuales superó a la siguiente?
 - a. La Armada superó al Ejército por 300 personas aproximadamente
 - b. La Armada superó a la Fuerza Aérea por 36% aproximadamente
 - c. La Armada superó al Ejército por 1,3% aproximadamente
 - d. La Armada superó a la Gendarmería y Prefectura por 45% aproximadamente

Porcentaje de fallecidos por fuerza

Durante el conflicto murieron 649 combatientes argentinos:

- ❖ 391 de la Armada
- ❖ 194 del Ejército
- ❖ 55 de la Fuerza Aérea

Ecuaciones

¿Por qué estudiar las ecuaciones? Consideramos que el paso por el CPU debe permitir que los estudiantes puedan construir las herramientas para formarse como universitarios/as pero también que dejen marcas para su futuro profesional, en ese sentido pensamos que el trabajo con ecuaciones habilita no solo el manejo de cálculos matemáticos, sino que también permite explorar y analizar términos algebraicos, pero sobre todo ofrece instancias de construcción de argumentos que sin dudas servirán para su formación. Pero vamos por partes, ¿De qué se tratan las ecuaciones? Les dejamos un texto para ir pensándolo.

Acerca de las expresiones algebraicas y las ecuaciones

Entre las distintas concepciones asociadas al álgebra, podemos mencionar que este campo de conocimiento suele vincularse con un tipo de lenguaje y forma de pensamiento propio de la matemática. A su vez, se constituye en una potente herramienta para la resolución de problemas tanto matemáticos como de otras ciencias o de la cotidianidad que puedan ser expresados en términos de este lenguaje.

Es así que, en torno a estas expresiones, representaciones y su significado en el contexto que se presentan, suelen utilizarse diversos símbolos –habitualmente letras– para representar cantidades variables. El uso de estas variables puede ser diferente de acuerdo a la situación que se plantee:

- Pueden representar números generales. Así, por ejemplo, el doble de un número puede escribirse como $2 \cdot x$, donde la letra x representa cualquier número. Este tipo de expresiones se conoce con el nombre de expresión algebraica. Este uso nos permitirá reconocer patrones y reglas e incluso propiedades dentro de las situaciones que analicemos.
- Pueden representar un valor desconocido, el cual es necesario obtener. Por ejemplo, si sabemos que a un cierto valor desconocido le sumamos 3 y el resultado es 8, podríamos plantear: $x + 3 = 8$, en este caso, la letra indica ese número desconocido y la igualdad se conoce con el nombre de ecuación. Si bien es posible anticipar que ese número es 5, sin necesidad de plantear la ecuación, esta simbolización no solo nos permite saber que x debe ser 5 para que la igualdad se cumpla, sino que también sirve para argumentar que es la única respuesta posible. Cualquier otro valor que se asigne a la variable x hará que la igualdad no se cumpla, por lo tanto no sería el valor buscado, con lo que la ecuación tiene una única solución. En síntesis, estamos reconociendo la presencia de elementos desconocidos dentro de los problemas, los cuáles podemos obtener a partir de otros datos o relaciones conocidos.
- Pueden representar relaciones entre valores. Por ejemplo, la idea de que una cierta cantidad será siempre el doble de otra cantidad: $y = 2x$, en este caso, se han utilizado dos letras para indicar esta dependencia entre las variables. Es decir, no es posible elegir cualquier par de valores x e y para que la igualdad se cumpla.

Notemos que, no solo en el segundo caso se presenta el signo "igual", en el tercero la relación también se ha presentado utilizando una igualdad. En los casos en que se igualan dos expresiones, decimos que se ha determinado una ecuación.

La utilización de ecuaciones para simbolizar situaciones así como las técnicas para

resolverlas es una práctica común desde la antigüedad. De hecho están presentes en el papiro Ahmes (también conocido como papiro Rhind por su descubridor), un documento que data de mediados del siglo XVI a. C. No obstante, muchas técnicas antiguas han sido desplazadas a partir del desarrollo de otras más generales o "sencillas". Principalmente, durante la Edad Media han surgido muchos de los procedimientos que empleamos hoy en día. Incluso en la actualidad existen softwares o aplicaciones que, planteando una ecuación o sólo con una fotografía de ella, son capaces de resolverlas.

Si hoy en día, las resoluciones las realiza un software, cabe preguntarnos: ¿qué aspectos de la matemática merecen ser aprendidos en un mundo como el actual? Sin duda, según nuestro punto de vista, un ciudadano/a competente debería poder comprender las lógicas detrás de ciertas reglas, de manera que sea posible interpretar la información con la que se está trabajando. El nivel de profundidad y complejidad seguramente tendrá que ver con su expertise o ámbito en el que estudie o se desarrolle.

Sobre la base de lo anterior es que proponemos adentrarnos en la discusión y el análisis de las técnicas de resolución de ecuaciones e información obtenida a partir de tales resoluciones. Para ello, nos detendremos tanto en procedimientos "habituales" de lápiz y papel, como también en la interpretación de resultados.

Analicemos la siguiente ecuación: $A + 8 = 12$

Acá nos debemos preguntar ¿a qué número le sumo 8 para que de 12?

El número que sumado a 8 es 12 es el número 4, ya que $4 + 8 = 12$, por lo cual diremos que el 4 es la solución de esta ecuación, es el número que hace verdadera a la igualdad.

Analicemos esta: $20 = 4 \cdot B$

En este caso nos preguntamos ¿qué número multiplicado por 4 es 20? Ese número será el 5, ya que 4 por 5 es 20. Entonces el número 5 es el que hace verdadera la igualdad.

Con esta idea les proponemos que resuelvan la siguiente actividad.

ACTIVIDAD 23

Para cada ecuación seleccioná qué valor o qué valores hacen que la expresión sea verdadera.

• $6 + 2N = 26$

Seleccione una o más de una:

- | | |
|-------------|--------------|
| a. $N = 10$ | c. $N = 2$ |
| b. $N = 0$ | d. $N = -10$ |

• $3T + 2 = 10 - T$

Seleccione una o más de una:

- | | |
|------------|-------------|
| a. $T = 0$ | c. $T = -2$ |
| b. $T = 5$ | d. $T = 2$ |

• $2(D + 1) - (D - 1) = 4$

Seleccione una o más de una:

- | | |
|-------------|--------------|
| a. $D = -3$ | c. $D = 2$ |
| b. $D = 1$ | d. $D = 0,5$ |

• $5 + 2M + 2 = 2(M + 2) + 3$

Seleccione una o más de una:

- a. $M = -1$
- b. $M = 0$

- c. $M = 8$
- d. $M = 0,2$

Esta estrategia no siempre es posible de aplicar entonces debemos conocer otras herramientas que nos permitan resolver ecuaciones. En el siguiente texto analizaremos las propiedades que se ponen en juego al resolverlas y también les dejamos un video con más explicaciones y ejemplos.

Estrategias de resolución

Cuando resolvemos ecuaciones habrán notado que en algunos pasos decimos "paso restando", "paso dividiendo", "paso multiplicando", etc. Pero... ¿por qué hacemos esto?

En la resolución de ecuaciones, se utilizan distintas propiedades que, muchas veces, luego de aprenderlas y utilizarlas, no las tenemos en cuenta porque mecanizamos el procedimientos y no volvemos a escribir estos pasos. En general se dice que "despejamos" la ecuación.

Las propiedades que utilizamos para la resolución de ecuaciones se conocen como: la ley uniforme y la propiedad cancelativa. Veamos cómo funcionan en algunos ejemplos.

Ejemplo 1

| Ecuación: | Explicación |
|----------------------|---|
| $x + 9 = 12$ | Si queremos "despejar" la x hay que quitar ese 9 de ese miembro de la igualdad. Como el 9 está sumando a la x , lo que haremos será usar la operación inversa a la suma, entonces restaremos 9. De este modo $9 - 9$ da como resultado 0 y la x quedará sola a la izquierda de la igualdad. |
| $x + 9 - 9 = 12 - 9$ | Pero si restamos 9 en un solo miembro ya no será la misma ecuación que antes, ¿entonces? le restamos 9 en ambos miembros para que la igualdad se siga manteniendo. Cuando realizamos la misma operación en ambos miembros de la igualdad, estamos aplicando la ley uniforme. |
| $x + 9 - 9 = 12 - 9$ | Realizamos las restas en cada miembro de la igualdad. |
| $x = 3$ | Nos queda entonces que la solución de la ecuación es 3. |

Ejemplo 2

| Ecuación | Explicación |
|-------------|--|
| $-3.x = 30$ | Si queremos "despejar" la x hay que sacar ese -3. Como el -3 está multiplicando a la x lo que haremos será usar la operación inversa a la multiplicación, entonces dividiremos por |

| | |
|--------------------|---|
| | 3. |
| $-3.x/3 = 30/(-3)$ | Pero si dividimos por -3 en un solo miembro ya no será la misma ecuación que antes, ¿entonces? dividimos por -3 en ambos miembros. Cuando hacemos la misma operación en ambos miembros de la igualdad estamos aplicando la ley uniforme. |
| $x = -10$ | Realizamos las divisiones o simplificamos en ambos miembros de la igualdad. Nos queda entonces que la solución es -10. |

Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma o la resta (Conocida como: propiedad distributiva)

Esta propiedad se utiliza en varias oportunidades para resolver ecuaciones. Te proponemos algunos ejemplos para recordar su uso y validez.

En primer lugar, es importante aclarar las condiciones bajo las cuales se puede aplicar dicha propiedad, por eso hemos escrito su nombre ampliado.

La "propiedad distributiva" se puede aplicar cada vez que haya un producto aplicado a una suma o una resta. Es decir, un número multiplica a una suma o resta. Sabemos que, para indicar que primero se debe realizar la suma o la resta se deben colocar paréntesis.

Podría ser algo así : $2(8+5)$ ----> aunque en este caso, se puede resolver lo que está entre paréntesis primero y luego multiplicar. Si bien se puede aplicar la propiedad distributiva, no es necesario.

En cambio, si tenemos $2.(x+5)$, no es posible resolver el cálculo que está dentro del paréntesis porque tiene una letra y un número. Si queremos o necesitamos otra expresión equivalente a la dada, debemos considerar la propiedad distributiva. Reflexionemos sobre lo que está escrito: hay un paréntesis con un cálculo multiplicado por 2, esto quiere decir que tenemos dos veces $(x+5)$, es decir, $(x+5) + (x+5)$.

Agrupando las letras y los números, nos queda $2x + 10$.

La propiedad distributiva establece que, para realizar $2(x+5)$ basta con multiplicar cada término de la suma por 2. Es decir:

$2(x+5) = 2x + 2.5 = 2x + 10$. El mismo resultado que obtuvimos al analizar el significado de esa expresión.

Veamos otro ejemplo: Si tenemos $3.(x-2)$, y queremos obtener una expresión equivalente, podemos considerar que lo que está escrito indica que está tres veces $(x-2)$, es decir $(x-2) + (x-2) + (x-2)$, agrupando las letras y los números, nos queda $3x - 6$

Aplicando la propiedad distributiva, debemos multiplicar por 3 tanto a la x como al - 2 . De este modo:

$3(x - 2) = 3x + 3.(-2) = 3x - 6$

Agregamos algunos ejemplos, para aplicar la propiedad distributiva:

$$-4(3 + x) = (-4) \cdot 3 + (-4) \cdot x = -12 - 4x$$

$$5(-x - 2) = 5 \cdot (-x) + 5 \cdot (-2) = -5x - 10$$

En lo que se ha desarrollado hasta aquí, utilizamos las ecuaciones como una herramienta que nos permitió resolver situaciones en diferentes contextos. A continuación presentaremos algunas actividades en las que abordaremos las ecuaciones analizando tanto el modo en el que se resuelven como su conjunto solución.

INGRESAR AL CAMPUS PARA VER VIDEO

Una vez leído el texto y visto el video proponemos dos actividades, una de ellas para resolver ecuaciones y la otra para analizar los pasos en la resolución de distintas ecuaciones.

ACTIVIDAD 24

Resolver e indicar la solución.

$$(H - 4) \cdot 7 = 21$$

$$P + 2 \cdot (3 + P) = 27$$

$$3T + 2 = 10 - T$$

$$2x + x + 5 = 10 + x + 5$$

$$6x + 5 = 2(x - 3)$$

ACTIVIDAD 25

- Decidir cuál de los procedimientos es el correcto para resolver la siguiente ecuación: $5x + 3 = 23$

| | | |
|--|---|---|
| <p>a. $5x + 3 = 23$ $x + 3 = 23 - 5$ $x + 3 = 18$ $x = 18 - 3$ $x = 15$</p> | <p>b. $5x + 3 = 23$ $5x = 23 - 3$ $5x = 20$ $x = 20 : 5$ $x = 4$</p> | <p>c. $5x + 3 = 23$ $5x = 23 + 3$ $5x = 26$ $x = 26 : 5$ $x = 5,2$</p> |
|--|---|---|

- Decidir cuál de los procedimientos es el correcto para resolver la siguiente ecuación:
 $3x + 15 = 2 \cdot (x - 5) + 10$

| | | |
|--|---|---|
| <p>a. $3x + 15 = 2 \cdot (x - 5) + 10$ $3x + 15 = 2x - 10 + 10$ $3x - 2x = -10 + 10 - 15$ $x = -15$</p> | <p>b. $3x + 15 = 2 \cdot (x - 5) + 10$ $3x + 15 = 2x - 5 + 10$ $3x + 15 = 2x + 5$ $3x - 2x = 5 - 15$ $x = -10$</p> | <p>c. $3x + 15 = 2 \cdot (x - 5) + 10$ $3x + 15 = 2x - 10 + 10$ $3x + 2x = -10 + 10 + 15$ $5x = 15$ $x = 15 : 5$ $x = 3$</p> |
|--|---|---|

- Decidir cuál de los procedimientos es el correcto para resolver la siguiente ecuación:
 $3 \cdot (x + 2) = 5 \cdot (x - 3) + 11$

| | | |
|---|--|---|
| <p>a. $3 \cdot (x + 2) = 5 \cdot (x - 3) + 11$ $3x + 6 = 5x - 15 + 11$ $3x - 5x = -15 + 11 - 6$ $-2x = -10$ $x = -10 : 2$ $x = -5$</p> | <p>b. $3 \cdot (x + 2) = 5 \cdot (x - 3) + 11$ $3x + 2 = 5x - 3 + 11$ $3x - 5x = -3 + 11 - 2$ $-2x = 6$ $x = 6 : (-2)$ $x = -3$</p> | <p>c. $3 \cdot (x + 2) = 5 \cdot (x - 3) + 11$ $3x + 6 = 5x - 15 + 11$ $3x - 5x = -15 + 11 - 6$ $-2x = -10$ $x = -10 : (-2)$ $x = 5$</p> |
|---|--|---|

A continuación encontrarán un texto y un video donde trabajamos sobre los tipos de soluciones que pueden tener las ecuaciones.

Tipos de soluciones de una ecuación

Hasta el momento trabajamos con ecuaciones que tienen una solución, es decir que existe un valor de "x" que hace que la ecuación sea verdadera, pero ¿siempre tiene una solución la ecuación lineal? veamos el siguiente ejemplo:

$$7(x - 3) = 7(1 + x) + 6$$

Comenzamos resolviendo la ecuación, para ello aplicaremos las propiedades estudiadas:

$$7(x - 3) = 7(1 + x) + 6$$

$$7x - 21 = 7 + 7x + 6$$

$$7x - 21 = 7x + 13$$

-----> En esta parte podríamos analizar esta igualdad: "¿qué número cumple que: si se lo multiplica por 7 y se le resta 21 nos da el mismo resultado que si se lo multiplica por 7 y se le suma 13?".

Analizando este cálculo podemos advertir que si a un mismo número (x) se lo multiplica por 7 y, en un caso le resto 21 y en otro, le sumo 13, es imposible que nos de el mismo resultado. Es decir, no existe el valor de "x" que verifique la igualdad.

Otra forma de resolver la ecuación, es continuar intentando "despejar x". De este modo:

$$7x - 21 = 7x + 13$$

$$7x - 7x = 13 + 21$$

$$0 \cdot x = 34$$

Tratemos de analizar lo que expresa esta igualdad ¿que quiere decir $0x = 34$?

Estamos diciendo que a un número lo multiplicamos por 0 y obtenemos como resultado 34.

Ahora bien, si a un número lo multiplicamos por 0, no importa cuál es ese número, el resultado siempre dará 0. Recordemos que "todo número multiplicado por cero da como resultado cero". Por lo tanto, no es posible que exista un número que multiplicado por 0 de como resultado 34. Al no encontrar un número que cumpla con la condición podemos afirmar que esta ecuación no va a tener solución.

Entonces, hasta el momento sabemos que la ecuación lineal puede tener una solución o ninguna solución. ¿Existirán otras posibles soluciones?

analicemos la siguiente ecuación:

$$5N - 2N + 4 = 3(N + 1) + 1$$

Comenzamos resolviendo la ecuación:

$$5N - 2N + 4 = 3(N + 1) + 1$$

$$3N + 4 = 3N + 3 + 1$$

$$3N + 4 = 3N + 4$$

-----> en esta igualdad, podemos observar que ambos miembros son iguales, por lo que independientemente del valor de N, si lo multiplicamos por 3 y le sumamos 4 obtendremos el mismo resultado en ambos miembros de la igualdad. ¿Qué significa esto? Que N puede tomar cualquier valor, es decir, podemos poner cualquier número y la igualdad será verdadera. En este caso, tendremos infinitas soluciones.

Si continuamos resolviendo, obtenemos:

$$3N + 4 = 3N + 4$$

$$3N - 3N = 4 - 4$$

$$0 \cdot N = 0$$

¿Cómo interpretamos esta igualdad?

Esta igualdad expresa que un número multiplicado por cero da como resultado cero. ¿Qué número puede ser?

Afirmamos que cualquier número puede cumplir con esa condición, ya que todo número multiplicado por cero da cero.

¿Entonces? ¿Cuál es la solución de la ecuación? Al existir infinitos números que cumplan con la condición planteada podemos afirmar que esta ecuación tiene infinitas soluciones.

CONCLUSIONES:

Este tipo de ecuaciones con una sola variable (ecuaciones lineales) puede tener:

UNA SOLUCIÓN

NINGUNA SOLUCIÓN

INFINITAS SOLUCIONES

Pero acordate que siempre vas a tener que analizar la ecuación y su resolución para poder determinar la cantidad de soluciones.

INGRESAR AL CAMPUS PARA VER VIDEO

ACTIVIDAD 26

Seleccionar la opción correcta.

● La ecuación $2(R - 3) + 20 = 2(R + 2) + 9$

- a. No tiene solución.
- b. Tiene infinitas soluciones.
- c. Tiene como solución al 8.

● La ecuación $k + 8 = k + 1$

- a. Su solución es -7.
- b. No tiene solución.
- c. Tiene infinitas soluciones.
- d. Su solución es 7.

● La ecuación $2(x + 3) - 4 = 2 + 2x$

- a. No tiene solución.
- b. Tiene infinitas soluciones.
- c. La única solución es el 3.
- d. La única solución es el 0.

● La ecuación $5(x - 1) + 8 = 3x + 9$

- a. Su única solución es el 3.
- b. Tiene infinitas soluciones.
- c. No tiene solución.

● La ecuación $2(x + 1) = 3x + 2 - x$

- a. No tiene solución.
- b. La única solución es 8.
- c. Tiene infinitas soluciones.

- La ecuación $4(6 - x) = 24$
 - a. Tiene infinitas soluciones
 - b. La única solución es $x = 4$
 - c. La única solución es $x = 0$
 - d. No tiene solución

- La ecuación $4 - (x - 6) = 24 - x$
 - a. No tiene solución
 - b. Tiene infinitas soluciones
 - c. Tiene una solución y es -14
 - d. La única solución es $x = 0$

- La ecuación $4x - 6 = 4(x - 1) - 2$
 - a. Al despejar, llegamos a la expresión $0.x = 0$. Esto significa que no tiene solución.
 - b. Al despejar, llegamos a la expresión $0.x = 0$. Esto significa que la solución es cero
 - c. Tiene infinitas soluciones, ya que al despejar llegamos a la expresión $0.x = 0$

- La ecuación $2(x - 1) = 4 + 5x$
 - a. No hay ningún valor de "x" que haga verdadera la ecuación
 - b. El único valor de "x" que hace verdadera la ecuación es -2
 - c. Hay 2 valores de "x" que hacen verdadera la ecuación, el 2 y el -2
 - d. Cualquier valor hace verdadera la ecuación

Para finalizar la clase les proporcionamos información sobre un app que se puede utilizar en la resolución de ecuaciones y que si bien, no proponemos que solo resuelvan usandola les puede servir como forma de autocorrección y para analizar los procedimientos.

Recursos tecnológicos y ecuaciones

Existen aplicaciones para teléfonos celulares que resuelven ecuaciones con solo enfocarlas con la cámara. Esto no implica necesariamente que las técnicas de resolución de ecuaciones no sean en la actualidad herramientas útiles, pero pone de relieve la importancia de comprender las lógicas detrás de ciertos procedimientos para poder comprender e interpretar lo que estas aplicaciones u otro software nos indica. Una de las aplicaciones a las que hacemos referencia es Photomath. Se trata de una aplicación gratuita y "liviana". Ahora bien: ¿Qué ocurre si enfocamos por ejemplo la ecuación $2x + 3 = x + 5$ con esa aplicación? Obtendremos una imagen como la siguiente:



Obtenemos la misma solución que si la resolvemos manualmente. Si usan la aplicación, pueden ingresar a la opción "Muestra la solución de cada paso" para comparar lo indicado por la aplicación, con los procedimientos que puedan emplear en la resolución con lápiz y papel.

Ahora bien, ¿qué nos devuelve la aplicación si enfocamos por ejemplo las dos primeras ecuaciones que se exponen en el foro 2? ¿Cómo podemos interpretar la información que devuelve la aplicación y compararla con lo que ya analizamos?

Además de estos interrogantes, a continuación les compartimos un breve video explicativo del uso de la aplicación por si desean descargarla y explorarla. Cualquier duda sobre su uso, pueden compartirla en el foro de consultas de la clase.

INGRESAR AL CAMPUS PARA VER EL VIDEO

Matemática CPU. UNAJ

Interpretación de gráficos

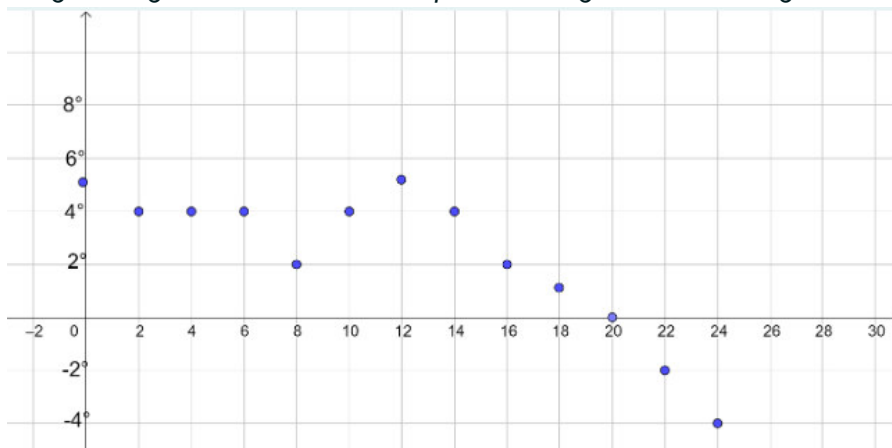
En esta clase vamos a abordar un tema que trasciende lo matemático y podemos verlo en diarios, en publicaciones, en la televisión y otros medios, hablamos de gráficos y principalmente abordaremos su interpretación para poder comprender la información que nos brindan.

Existen distintos tipos de gráficos y trabajaremos con algunos de ellos.

Para comenzar te presentamos dos actividades donde deberás analizar la información que se muestra.

ACTIVIDAD 27

El siguiente gráfico muestra las temperaturas registradas a lo largo de todo el día en una ciudad.



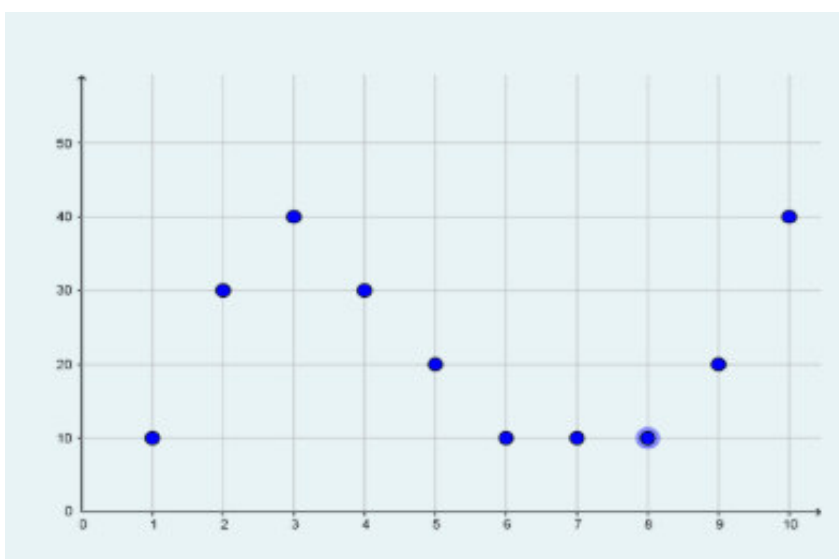
Como verán en el eje vertical se encuentran las temperaturas mientras que en el eje horizontal las horas del día.

- ¿Cuál fue la mayor temperatura?
- ¿Cuál es la menor temperatura?
- ¿En qué momento se da la temperatura mínima?
- ¿En qué periodos de tiempo la temperatura estuvo en ascenso?
 - a. De las 0 a las 2 y de las 12 a las 24.
 - b. De las 8 a las 12.
 - c. De las 2 a las 6.
- ¿En qué periodos de tiempo la temperatura estuvo en descenso?
 - a. De las 8 a las 12.
 - b. De las 2 a las 6.
 - c. De las 0 a las 2 y de las 12 a las 24.
- ¿En qué periodos de tiempo la temperatura se mantuvo constante?
 - a. De las 0 a las 2 y de las 12 a las 24.
 - b. De las 8 a las 12.
 - c. De las 2 a las 6.
- La temperatura fue de 0° C a las 20 horas.
Seleccione una: Verdadero Falso
- En solo una hora la temperatura fue de 2° C
Seleccione una: Verdadero Falso

- Antes de las 20 horas la temperatura estuvo siempre sobre 0° C.
Selecione una: Verdadero Falso
- La temperatura nunca fue menor a 0° C.
Selecione una: Verdadero Falso
- En varios momentos se registró una temperatura de 4° C.
Selecione una: Verdadero Falso

ACTIVIDAD 28

Las precipitaciones se miden en mm de agua caída. El gráfico registra el nivel de agua caída a lo largo de los primeros 10 meses del año en la Ciudad de Buenos Aires.



Marcá la opción correcta:

- El eje vertical representa:
 - Los meses del año
 - Los mm de agua caída
 - Los minutos del día
 - Las horas del día
- El eje horizontal representa:
 - Las horas del día
 - Los meses del año
 - Las horas desde que empieza a llover
 - Los mm de agua caída
- ¿En qué mes o meses se registró la máxima cantidad de lluvia caída?

| | |
|------------|---------------|
| a. Enero | f. Junio |
| b. Febrero | g. Julio |
| c. Marzo | h. Agosto |
| d. Abril | i. Septiembre |
| e. Mayo | j. Octubre |
- ¿Cuál fue el mes o meses menos lluvioso del año?

| | |
|------------|----------|
| a. Enero | c. Marzo |
| b. Febrero | d. Abril |

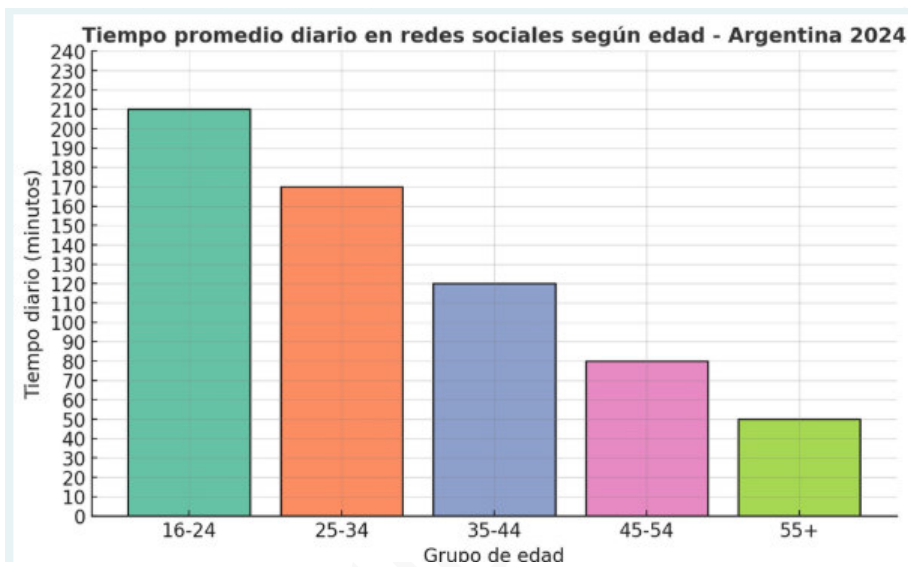
- e. Mayo
- f. Junio
- g. Julio

- h. Agosto
- i. Septiembre
- j. Octubre

- ¿Cuánto fue la mínima cantidad que llovió?
- ¿Entre qué periodos de meses las lluvias van en descenso?
 - a. Entre junio y agosto.
 - b. Entre agosto y octubre.
 - c. Entre enero y marzo.
 - d. Entre marzo y junio.

ACTIVIDAD 29

Analizá el siguiente gráfico para responder las consignas.



- Ordená de menor a mayor los grupos de edad según el promedio de minutos que utiliza al día las redes sociales.

| Grupo etáreo | Número de orden |
|--------------|-----------------|
| 16 - 24 | |
| 25 - 34 | |
| 35 - 44 | |
| 45 - 54 | |
| + 55 | |

- ¿Cuántos minutos en promedio utilizaron las redes sociales el grupo de 25 a 34 años?

- ¿Cuántos minutos varió el promedio del grupo de mayor uso al grupo de menor uso?

Los gráficos anteriores tienen algo en común, en ambos se muestra la relación entre las variables a través de puntos. Este tipo de gráfico se llama: GRÁFICO DE PUNTOS O GRÁFICOS DE DISPERSIÓN.

La temperatura, la cantidad de lluvia y los periodos de tiempo son lo que llamamos variables.

Una variable es un valor que puede cambiar y que usamos para representar una magnitud o característica dentro de una función o situación.

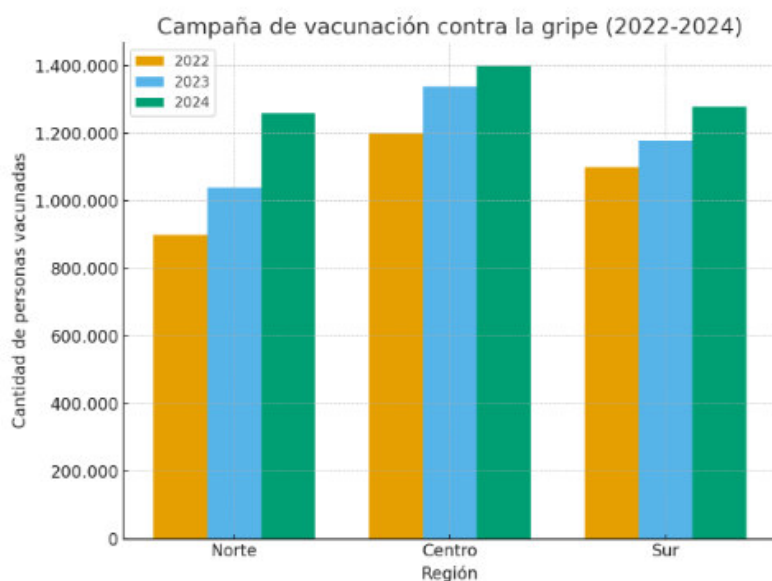
En estos casos, la cantidad de lluvia se midió en milímetros, la temperatura en grados celsius y el tiempo estuvo medido en horas y en meses.

A continuación vamos a trabajar con otro tipo de gráfico donde se presenta la información

ACTIVIDAD 30

El siguiente gráfico muestra la cantidad de personas vacunadas contra la gripe en tres regiones del país (Norte, Centro y Sur) entre los años 2022 y 2024. Los datos fueron obtenidos de un informe del Ministerio de Salud que analiza la evolución de la campaña de vacunación.

Campaña de vacunación contra la gripe (2022–2024)



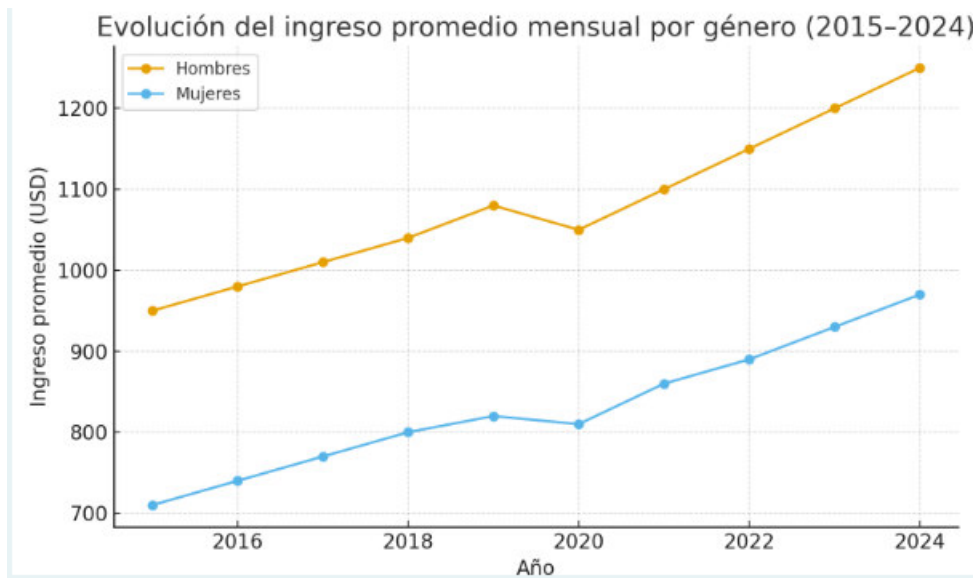
- ¿Qué región tuvo la mayor cantidad de personas vacunadas en el año 2024?
 - Región Sur
 - Región Centro
 - Región Norte
- ¿Qué región tuvo el menor número de personas vacunadas en el año 2022?
 - Región Sur
 - Región Centro
 - Región Norte
- ¿En qué año se registró el mayor aumento en la región Centro?
 - 2023
 - 2024
 - 2022

ACTIVIDAD 31

Brecha de género en los ingresos laborales

En las últimas décadas, se ha avanzado en materia de igualdad de género, especialmente en el acceso de las mujeres al trabajo y la educación. Sin embargo, persiste una diferencia significativa en los ingresos que perciben hombres y mujeres por trabajos de igual valor.

El siguiente gráfico muestra la evolución del ingreso promedio mensual (en USD) de hombres y mujeres entre 2015 y 2024, según datos simulados basados en informes de la OIT y la CEPAL



- ¿Qué representa el eje horizontal?
 - a. Ingreso promedio
 - b. Año
 - c. Género
- ¿Qué representa el eje vertical?
 - a. Ingreso promedio
 - b. Año
 - c. Género
- ¿De cuánto es el sueldo promedio en dólares en el año 2018 de las mujeres?
- ¿De cuánto es el sueldo promedio en dólares en el año 2021 de los hombres?
- Para cada afirmación indicá si es verdadera o falsa.
 - El sueldo promedio de las mujeres superó los 1000 dólares.
 Seleccione una: Verdadero Falso
 - La diferencia del ingreso promedio entre hombres y mujeres prácticamente no varió a lo largo de los años.
 Seleccione una: Verdadero Falso
 - La diferencia de ingresos promedios entre el hombre y la mujer nunca superó los 500 dólares.
 Seleccione una: Verdadero Falso
 - La diferencia entre el ingreso promedio de hombres y mujeres en algún momento fue menor a 200 dólares.
 Seleccione una: Verdadero Falso

ACTIVIDAD 32

Comparando medios de transporte

Tres medios de transporte –un auto, un tren y un camión– parten desde la ciudad de Aldea Central hacia la ciudad de Puerto Azul, situada a 120 km de distancia.

- ¿Qué variables están representadas en los ejes horizontal y vertical del gráfico?

a. Eje horizontal: kilómetros

Eje vertical: pesos

b. Eje horizontal: gasto total

Eje vertical: distancia recorrida

c. Eje horizontal: pesos

Eje vertical: kilómetros

d. Eje horizontal: distancia recorrida

Eje vertical: gasto total

- ¿Qué tipo de vehículo presenta el mayor costo acumulado a medida que aumenta la distancia recorrida?

a. A GNC

b. A nafta

c. Eléctrico

- Para una distancia de 350 km el costo de usar un vehículo a GNC es aproximadamente:

- Para una distancia de 250 km el costo de usar un vehículo a nafta es aproximadamente:

- Para una distancia de 325 km el costo de usar un vehículo eléctrico es aproximadamente:

ACTIVIDAD 34

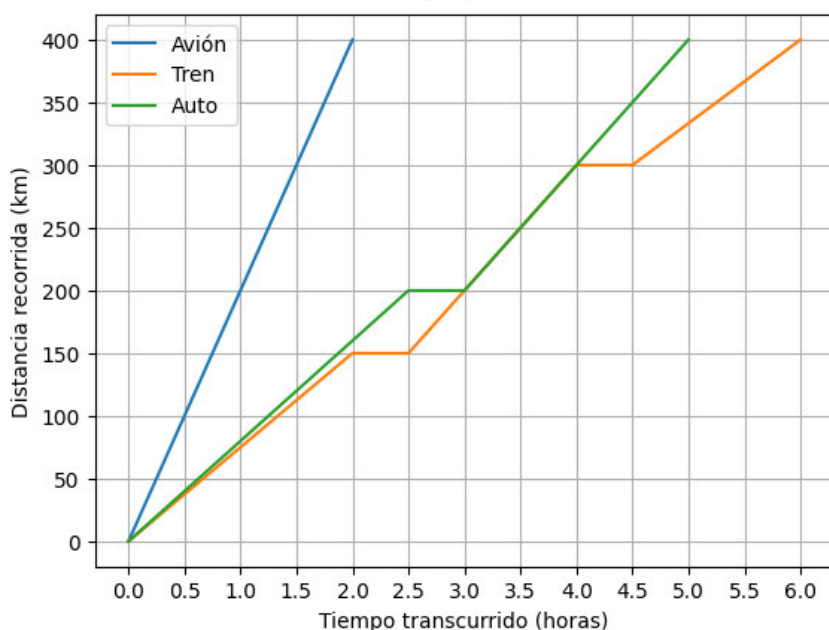
Una persona viaja desde Buenos Aires hasta Mar del Plata (400 km).

El gráfico muestra la distancia recorrida (en km) en función del tiempo transcurrido (en horas) para tres medios de transporte:

✈️ Avión

🚆 Tren

🚗 Auto



- ¿Cuántos kilómetros recorrió el tren a las 2 horas?

a. 150

- b. 170
- c. 400

- *Realizan paradas durante el viaje*
 - a. *tren y avión*
 - b. *tren y auto*
 - c. *auto y avión*

- *¿Cuántos kilómetros recorrió el auto antes de realizar su primera parada?*

- *¿Cuál es el medio de transporte más rápido?*
 - a. *Tren*
 - b. *Avión*
 - c. *Auto*

- *¿Cuál tarda más tiempo en llegar?*
 - a. *Tren*
 - b. *Avión*
 - c. *Auto*

- *¿En qué tramo el auto avanza más rápido que el tren?*
 - a. *En el primer tramo*
 - b. *En el segundo tramo*
 - c. *En el tercer tramo*

En estos dos últimos problemas, la presentación de la información estaba dada en GRÁFICO DE LÍNEAS.

Un gráfico de líneas es una representación visual que muestra cómo varía un conjunto de datos a lo largo del tiempo u otra variable.

Se construye uniendo con líneas puntos que representan valores en un sistema de ejes, lo que permite observar tendencias, aumentos o disminuciones de manera clara.