

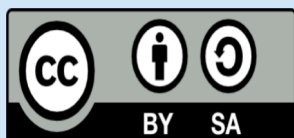
Trabajo final de grado

Posta Lidia Amanda

Los usos de las variables en la enseñanza del álgebra: Un análisis de libros de texto de nivel secundario

2025 *Instituto de Estudios Iniciales,
Humanidades y Educación*

*Carrera: Licenciatura en Didáctica de la
Matemática*



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons.

Atribución – Compartir igual 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Documento descargado de RID - UNAJ Repositorio Institucional Digital de la Universidad Nacional Arturo Jauretche

Cita recomendada:

Posta, L. A. (2025). *Los usos de las variables en la enseñanza del álgebra: Un análisis de libros de texto de nivel secundario* [Trabajo final de grado, Universidad Nacional Arturo Jauretche].

<https://rid.unaj.edu.ar/handle/123456789/3744>



Ciclo de Complementación Curricular Licenciatura en Didáctica de la
Matemática

TRABAJO INTEGRADOR FINAL

*“Los usos de las variables en la enseñanza del álgebra: Un
análisis de libros de texto de nivel secundario”*

Estudiante: Posta Lidia Amanda

Tutor: Lupinacci Leonardo

Resumen

El presente trabajo analiza los usos de las variables en la enseñanza del álgebra en el nivel secundario, tomando como base dos libros de texto ampliamente utilizados en escuelas de la provincia de Buenos Aires.

El estudio se sustenta en el modelo de los tres usos de la variable, propuesto por Ursino y retomado por Serres Voisin (2011), que distingue los sentidos de la variable como número general, como incógnita y como relación funcional. Asimismo, se incorpora el enfoque de Duval (1999; 2006) sobre los registros semióticos de representación y las transformaciones necesarias para la comprensión de los objetos matemáticos.

A partir de un diseño de investigación cualitativa, se construyó un instrumento que permitió identificar cómo cada libro trabaja los usos de la variable y qué tipos de registros semióticos se articulan en sus propuestas. Los resultados muestran que ambos textos incluyen los tres usos de la variable, pero no con la misma presencia ni con el mismo nivel de desarrollo. Predomina el uso de la variable como incógnita, asociado principalmente a la resolución de ecuaciones e inecuaciones y al pasaje del lenguaje natural al algebraico. El uso como número general aparece de manera más acotada, vinculado a la escritura de expresiones y propiedades generales, mientras que el uso como relación funcional se concentra en las unidades dedicadas a funciones, donde se integran representaciones algebraicas, gráficas, tabulares y verbales.

En relación con los registros semióticos, los libros presentan tanto conversiones entre registros especialmente entre el registro algebraico y el gráfico como transformaciones dentro de un mismo registro, predominando el algebraico. El registro tabular aparece con menor frecuencia y poco desarrollado. Este predominio confirma la tendencia, señalada por autores como Sessa (2005) y Chevallard (1989), a centrar la enseñanza del álgebra en procedimientos de resolución y manipulación simbólica, dejando en segundo plano actividades de generalización, análisis estructural y modelización, fundamentales para el desarrollo del pensamiento algebraico.

En síntesis, el análisis evidencia que los libros de texto, como mediadores didácticos, priorizan ciertos significados del álgebra y ciertos registros de representación, configurando así las oportunidades de aprendizaje que encuentran los estudiantes. Esto abre interrogantes sobre cómo enriquecer las propuestas escolares para favorecer una comprensión más amplia, articulada y significativa del álgebra en el nivel secundario.

Palabras clave: Enseñanza del Álgebra - Uso de Variables - Registros Semióticos - Libros de Texto de Nivel Secundario.

Introducción

La enseñanza del álgebra ha sido objeto de estudio en diversos momentos y desde distintos enfoques, revelando la complejidad de los conceptos matemáticos que lo componen y su relevancia para la didáctica de las matemáticas. Uno de los desafíos fundamentales, como señala Serres Voisin (2011), es la transición del pensamiento aritmético al algebraico. Esta transición implica un cambio significativo en la forma de pensar de los estudiantes, quienes suelen enfrentar dificultades al manejar la simbología abstracta del álgebra, a menudo percibida como desconectada de sus experiencias previas con los números y las operaciones concretas.

La resolución de ecuaciones, un componente central del álgebra, ejemplifica estas dificultades. Los estudiantes a menudo aplican incorrectamente las reglas de manipulación simbólica, como subraya Sessa (2005), debido a una falta de comprensión de los principios subyacentes. Este problema se agrava cuando la enseñanza del álgebra se realiza de manera abstracta, sin una adecuada contextualización que conecte los conceptos algebraicos con situaciones prácticas y reales, una crítica también sostenida por Chevallard (1989).

Chevallard también apunta a la brecha existente entre el lenguaje natural de los estudiantes y el lenguaje algebraico formal, lo que añade una capa adicional de dificultad en la interpretación y formulación de problemas algebraicos. Esto pone de relieve la necesidad de enfoques pedagógicos integrales que no solo se centren en los procedimientos y técnicas, sino que también promuevan una comprensión profunda y contextualizada del álgebra.

Como menciona Pilar Bolea Catalán (2002), el proceso de algebrización, que consiste en transformar las organizaciones matemáticas escolares para incluir el pensamiento algebraico, puede verse limitado o facilitado por los materiales didácticos disponibles. En este contexto, los libros de texto juegan un papel crucial en la formación del currículo y la definición de las prácticas docentes. "Las ofertas editoriales no sólo estructuran el contenido, sino que también influyen en cómo se enseñan y aprenden las matemáticas" (Trouche, 2011).

Los libros de texto como mediadores didácticos: su relevancia en la enseñanza de las matemáticas

Se considera que una de las razones en la que radica la dificultad en el aprendizaje de la matemática se debe a las propuestas de enseñanza que los estudiantes reciben. Por ejemplo, los materiales utilizados por los docentes a la hora de planificar, como también la importancia de los libros de textos.

Los libros de texto juegan un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas, al ofrecer una concepción legitimada del saber a enseñar y al

institucionalizar una forma progresiva del conocimiento de los estudiantes. Según Cobo y Batanero (2004), los libros de texto representan un segundo nivel de transposición didáctica, siendo los currículos y los programas oficiales el primer nivel. En este sentido, los libros no solo transmiten el conocimiento, sino que también estructuran cómo este debe ser adquirido, facilitando una progresión coherente y lógica del aprendizaje. En consonancia con esta idea, García (2005) destaca que los libros de texto funcionan como un marco estructurante que orienta tanto a docentes como a estudiantes en el recorrido por el contenido curricular. Este carácter organizador asegura una secuenciación gradual y lógica de los temas, aspecto que resulta vital para favorecer el aprendizaje progresivo de los conceptos matemáticos.

Villella y Contreras (2006) abonan a esta idea al señalar que los estudiantes pasan gran parte de su tiempo escolar trabajando con propuestas de diversas editoriales, que actúan como mediadores entre ellos y el currículo. Esto resalta la importancia de los libros de texto como herramientas centrales en el proceso educativo, siendo una referencia clave para tanto estudiantes como docentes.

En el devenir del desarrollo didáctico, Luc Trouche (2011) examina cómo la evolución tecnológica ha impactado los enfoques didácticos, particularmente en la enseñanza del álgebra, con la transición de los libros de texto tradicionales a los recursos en línea. Sin embargo, Trouche subraya que, a pesar de estos avances, los libros de texto siguen desempeñando un papel crucial. Estos proporcionan una estructura organizada y una secuencia lógica del contenido, que son esenciales para un aprendizaje sistemático y efectivo del álgebra. La clave reside en lograr un equilibrio entre los recursos tradicionales y digitales, integrándolos de manera que potencien los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Análisis de los Usos y Sentidos del Álgebra en Libros de Texto de Secundaria:

Dado que el álgebra puede expresarse y comprenderse a través de diversos significados y usos, surge la inquietud de cuáles son los sentidos y aplicaciones predominantes en las propuestas editoriales dirigidas a este nivel educativo. ¿Cuáles son los principales sentidos y usos del álgebra presentes en los libros de texto de educación secundaria?

Sobre la base de esta pregunta, se definen los siguientes objetivos

Objetivo general:

- Analizar los sentidos del álgebra presentes en las propuestas editoriales del nivel secundario, utilizadas en la provincia de Buenos Aires.

Objetivos específicos:

- Explicitar la caracterización de distintas perspectivas con respecto de la enseñanza del álgebra.
- Diseñar un instrumento que permita analizar los sentidos y usos del álgebra de las propuestas editoriales.

Así, en este trabajo se cotejan y describen los distintos usos de las variables en la enseñanza del álgebra, presentes en algunas propuestas de editoriales de uso actual en la provincia de Buenos Aires. Además, se cotejan y describen los distintos registros semióticos de representación en la enseñanza del álgebra. Teniendo en cuenta que no solo el trabajo de representaciones de los objetos algebraicos es fundamental, sino también la transformación de estas representaciones, este estudio centra su atención en los registros de representación semiótica utilizados para el aprendizaje del álgebra en algunos libros de texto de secundaria.

Se realiza una investigación cualitativa básica, de enfoque teórico ya que se describe y analiza material disponible de editoriales y tal como expresa Lage (2004) “La investigación cualitativa podría entenderse como una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones”. Por lo que se tendrá en cuenta :

Para la selección de los libros de texto, se realizó una entrevista a la bibliotecaria de una escuela secundaria de gestión pública en la provincia de Buenos Aires. Se le consultó cuáles eran los libros de matemática más solicitados por los docentes para trabajar con los alumnos durante el año escolar. La bibliotecaria indicó que los más utilizados son aquellos distribuidos por el Ministerio de Educación y disponibles en la biblioteca de la institución.

A partir de esta información, se eligieron libros destinados al mismo año de escolaridad, 3.er año, con el propósito de facilitar la comparación entre ambos. La selección responde a un criterio intencional, ya que se priorizaron textos de uso frecuente y reconocida relevancia en contextos escolares reales. En este marco, se analizaron dos libros de autores y editoriales diferentes, permitiendo contrastar enfoques y propuestas didácticas.

A partir de esa información, se seleccionaron dos libros de texto destinados a 3er año de la escuela secundaria, nivel en el que se consolida la enseñanza del álgebra y donde se espera un abordaje más sistemático de los distintos usos de la variable y de los registros semióticos de representación. La elección de un mismo año de escolaridad permite establecer criterios comparativos más consistentes entre los materiales. Asimismo, se optó por incluir libros de diferentes editoriales y autores para ampliar la mirada sobre las propuestas didácticas en circulación, atendiendo a posibles variaciones en los enfoques pedagógicos y en la selección de contenidos. Esta muestra, aunque acotada, se considera pertinente y significativa del material

que circula efectivamente en las aulas y permite realizar un análisis cualitativo en profundidad sobre las dimensiones consideradas en este trabajo.

Se analizaran los siguientes libros de texto

- Matemática 3 ED Confluencias : Edición Exclusiva para Organismos Públicos / Carlos Abdala ...[et. al.]. - 1a ed. - Boulogne : Estrada 2015.
- Matemática III, contextos digitales / Pablo Effenberger. - 2a ed. 1a reimp. - Ciudad autónoma de buenos aires : Kapelusz, 2018.

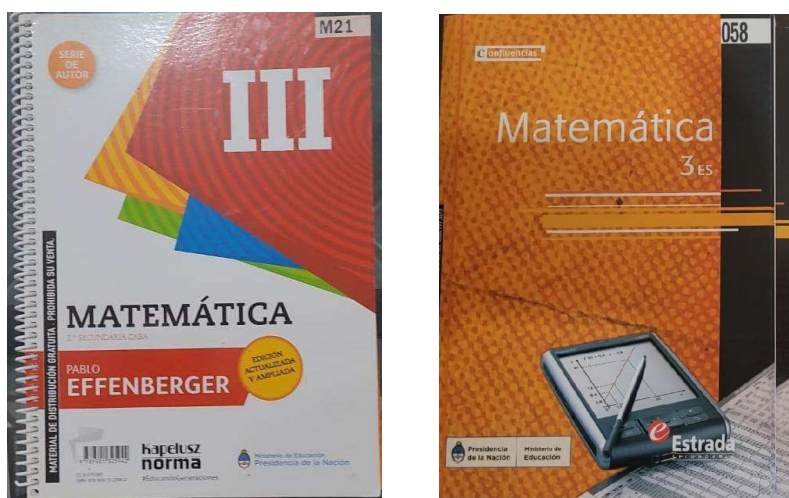


Figura 1: Portadas de los libros analizados

Marco teórico y construcción del instrumento

Como sustento de este trabajo de investigación, tomamos el modelo de los tres usos de las variables (3UV), que hace referencia a los diferentes usos que se le asignan a las variables como letra, como incógnita y como variable, en el aprendizaje del álgebra, (Serrés, Y., 2011).

El estudio de las variables en el álgebra es fundamental para la comprensión y el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes de nivel secundario.”(...), *es en la escuela secundaria cuando las letras surgen con mayor frecuencia en contextos algebraicos donde se espera que los estudiantes aprendan a interpretarlas como incógnitas o como números indeterminados dependiendo de la situación en que aparecen (...)*”. (Serres, Y., 2011).

Ursino propone un modelo que clasifica los usos de la variable en las categorías mencionadas, modelo que es citado por Serres (2011). En este marco, uno de los primeros usos de la variable es su tratamiento como letra, la cual representa un número general. Este uso facilita la transición de la aritmética al álgebra, ya que permite que los estudiantes visualicen las letras como representaciones de valores numéricos.

Por otro lado, el segundo uso de la variable se centra en su papel como incógnita en ecuaciones que los estudiantes deben resolver. Este uso introduce la tarea de resolución de ecuaciones, que constituye un momento relevante dentro del aprendizaje del álgebra, en tanto permite articular procedimientos aritméticos previos con nuevas formas de razonamiento simbólico. Por último, el tercer uso aborda la variable en su sentido más general y abstracto, donde puede tomar cualquier valor dentro de un conjunto dado. Este uso resulta significativo para la comprensión de conceptos como la variación y la dependencia funcional.

“(...) La variable como número general,...). Se utiliza para reconocer patrones, hallar reglas, deducir métodos generales y describirlos; representan cantidades indeterminadas(...), y se manipulan sin necesidad de asignarle valores específicos a la variable. La variable como incógnita específica,...), se puede determinar y operar para hallar su valor específico. La variable en una relación funcional,...) existe una correspondencia entre los valores de dos variables involucradas”.(Serres, Y., 2011, p. 10).

Partiendo de estas posturas, Serres plantea algunas preguntas claves relacionadas con el aprendizaje: ¿Cómo los estudiantes aplican el álgebra en diferentes contextos?, ¿Cómo se realiza la transición del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico en los estudiantes?, ¿De qué manera los estudiantes comprenden y utilizan la noción de variable en álgebra?, ¿Qué estrategias didácticas son más efectivas para enseñar álgebra en los primeros años de secundaria?, ¿Cómo influye el contexto y el uso de problemas reales en la enseñanza del álgebra?

Puesto que, para la enseñanza efectiva del álgebra, se deben considerar conceptos importantes, como la transición de la aritmética al álgebra, los tres usos de la variable, la manipulación de símbolos algebraicos y las estrategias de enseñanza, es fundamental diseñar propuestas didácticas que faciliten la comprensión de estos aspectos y promuevan un aprendizaje significativo.

Serres Voisin destaca diferentes enfoques pedagógicos para la enseñanza del álgebra, subrayando la importancia de seleccionar el modelo de los tres usos de la variable, ya que juega un papel primordial en la enseñanza del álgebra, ya que considera tres usos fundamentales de la variable y facilita, la comprensión y aplicación de conceptos algebraicos.

“Una actividad para comenzar a generalizar es la construcción de expresiones algebraicas de la forma general de distintos números,...), el número natural (n), para construir las expresiones n y $2n+1$. (...) se ha adquirido el concepto de variable como patrón y además se han observado y verbalizado los nuevos significados de los símbolos,, comienza el trabajo con las ecuaciones.(...) proponen comenzar a trabajar

con su construcción e iniciar su enseñanza basándose tanto en contextos intramatemáticos(...), como extramatemáticos(...). Esto con el objetivo de adquirir el concepto de variable como incógnita(...). En cuanto a la resolución de problemas de enunciado(...) se necesita desarrollar el concepto de incógnita, hacer determinadas generalizaciones, establecer relaciones cuantitativas entre datos e incógnitas del problema, utilizar adecuadamente los símbolos(...). (...) en cuyo proceso de resolución se representan las incógnitas del enunciado del problema mediante una expresión algebraica, para luego traducir el texto del problema a una serie de relaciones algebraicas(...).”p. 12.

Según investigaciones en la enseñanza del álgebra, cada uso de la variable —como número general, como incógnita y como relación funcional— desempeña un papel crucial en el desarrollo del pensamiento algebraico y en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas y modelar situaciones matemáticas.

El aprendizaje del álgebra en la educación secundaria enfrenta desafíos significativos relacionados con la introducción y manejo de las variables. Castro (2012) señala que la incorporación de letras en álgebra puede generar confusión inicial en los estudiantes debido al cambio abrupto respecto al uso exclusivo de números en la aritmética. Sin embargo, el autor enfatiza que este cambio es esencial para la abstracción y generalización de conceptos matemáticos. En palabras de Castro: "(...). Las variables, cuando aparecen en el estudio del álgebra, son causa de dificultades para muchos estudiantes (...) en sus primeras aproximaciones, no entienden el significado de las letras (...) las interpretan como suplencia de objetos o palabras. (...) Las aproximaciones iniciales (...) pueden entorpecer la construcción del concepto de variable" (Castro, 2012, p. 8).

Por otro lado, Sessa (2005) resalta la importancia de los métodos pedagógicos en la enseñanza del álgebra, con un enfoque en la resolución de ecuaciones y en el uso de las letras en diferentes roles dentro del lenguaje algebraico. Según Sessa, la introducción clara y precisa de las letras en contextos algebraicos es un paso clave para que los estudiantes desarrollen habilidades algebraicas efectivas. Esto está en línea con las observaciones de Castro sobre la transición de números a letras, ya que comprender las letras no solo como incógnitas, sino también como números generales, es fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico. En este sentido, Sessa señala que "un asunto central (...) es encontrar una fórmula (...). La producción de la fórmula es el punto de apoyo para abordar cuestiones constitutivas del lenguaje algebraico" (Sessa, 2005), lo que da cuenta de la importancia de las expresiones algebraicas como herramientas para modelizar procesos matemáticos, más allá de la resolución de ecuaciones.

Finalmente, Chevallard pone el foco en la comprensión funcional de la variable, es decir, su papel en la representación de relaciones matemáticas. Para este autor, es esencial que los estudiantes comprendan que las letras no son solo símbolos

arbitrarios, sino herramientas para modelar relaciones y funciones. Esta comprensión permite una transición más fluida del razonamiento aritmético al pensamiento algebraico abstracto, complementando así los análisis de Castro y Sessa sobre los otros usos de la variable. Sobre la base de estos desarrollos teóricos, se construye una tabla de análisis de libros de texto que permite examinar cómo se presentan y trabajan los diferentes usos de la variable. Esta herramienta tiene como objetivo identificar en qué medida los materiales didácticos abordan la variable como letra, incógnita y número general, proporcionando un marco de referencia para evaluar su tratamiento en la enseñanza del álgebra.

Dimensión	Categorías	Indicadores
Diferentes usos de las variables.	Número general.	Las letras representan un número cualquiera, no específico, dentro de un conjunto dado. Pueden simbolizar patrones numéricos que se mantienen constantes bajo ciertas operaciones matemáticas, pudiendo utilizarse para formular y generalizar reglas aritméticas o algebraicas.
	Incógnita específica.	La incógnita se identifica como un valor desconocido que debe determinarse en una ecuación. Se emplean operaciones algebraicas para despejar y hallar su valor en diferentes tipos de ecuaciones. Además, la incógnita puede interpretarse en el contexto de un problema específico, comprendiendo su significado y utilidad. También puede ser incorporada en la formulación de ecuaciones a partir de la descripción de un problema o situación. Por último, se reconoce la relación entre la incógnita y su representación mediante símbolos algebraicos, valorando la relevancia de la simbología en la resolución de problemas.
	Relación funcional.	El uso de las variables en una relación funcional se refleja en la comprensión y representación de las conexiones entre magnitudes o cantidades. En este marco, la variable desempeña un rol dinámico al mostrar cómo el cambio en una variable independiente afecta a otra dependiente. Esto enfatiza la comprensión de la variable como un elemento flexible y mutable que puede asumir distintos valores dentro de una relación específica. Así, se promueve una comprensión profunda de las funciones y su representación gráfica, donde las variables se entienden como componentes interrelacionados que describen fenómenos matemáticos y del mundo real.

Tabla 1: Instrumento (Parte A)

Para Duval (1999), en su teoría de las representaciones semióticas, existen por lo menos dos características de la acción cognitiva involucrada en las habilidades matemáticas. Por una parte, se acude a diversos registros de representación semiótica, algunos de ellos han sido concretamente desarrollados para realizar tratamientos matemáticos.

Puesto que la actividad matemática relaciona generalmente tratamientos; transformación de un registro, dentro de un mismo registro y conversiones; transformación de un registro, en otro registro, la diferenciación de registros de representación, la coordinación y conversión entre ellos constituyen los dos puntos claves para el aprendizaje. Las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, están contenidas de objetos no tangibles: "la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación". (Duval R. ,2006).

Sobre los sistemas semióticos considerados desde un punto de vista de su diversidad y su papel con el funcionamiento del pensamiento, Duval, plantea tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: La primera son las representaciones de un registro semiótico particular, la segunda son las transformaciones de la representación dentro del mismo registro y la tercera es la transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente. A esta habilidad para cambiar de registros de representación semiótica, el poder convertir las representaciones producidas de un sistema de representación a otro sistema, de manera que éste otro sistema permita explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado se le denomina conversión. Un ejemplo de tratamiento y conversión, se da en el siguiente caso:

TRANSFORMACIÓN DE UN REGISTRO SEMIÓTICO EN OTRO.		
	REGISTRO NATURAL	REGISTRO ALGEBRAICO
CONVERSIÓN	"Juan tiene el doble de la edad de su hermano Pedro. Si la edad de Pedro es xxx años, ¿cuál es la edad de Juan?"	Se puede representar como $2x$, donde x es la edad de Pedro. Entonces, la edad de Juan se representa algebraicamente como $2x$.
	REGISTRO ALGEBRAICO	REGISTRO GRÁFICO

CONVERSIÓN	Considera la ecuación lineal $y = 3x+2$	La ecuación representa una relación lineal entre x e y . Se puede representar la ecuación en un plano cartesiano. Aquí, el gráfico será una línea recta con pendiente 3 y una intersección en y en 2. Cada valor de x corresponderá a un valor de y que puede ser ubicado en el gráfico para formar la línea recta.
	REGISTRO GRÁFICO	REGISTRO ALGEBRAICO
CONVERSIÓN	Imagina un gráfico que muestra una parábola con vértice en el punto $(1, -3)$ y que pasa por el punto $(0, 1)$.	Dado el vértice en $(1, -3)$, la forma de la ecuación cuadrática podría ser $y = a(x-1)^2-3$. Utilizando el punto $(0, 1)$, se puede encontrar el valor de a y llegar a la ecuación exacta de la parábola, por ejemplo, $y = 4(x-1)^2-3$.

Tabla 2: Transformaciones entre registros semióticos. Ejemplos

TRANSFORMACIÓN DE UN REGISTRO SEMIÓTICO DENTRO DEL MISMO REGISTRO	
REGISTRO ALGEBRAICO	TRATAMIENTO
Se tiene la ecuación cuadrática $x^2+6x+9 = 0$	Se factoriza la ecuación algebraica dentro del mismo registro, reconociendo que se puede expresar como $(x + 3)^2 = 0$. Este proceso de pasar de la forma expandida a la forma factorizada es un tratamiento dentro del registro algebraico, ya que la representación sigue siendo algebraica, pero se ha transformado dentro de ese registro.
REGISTRO GRÁFICO	TRATAMIENTO
Se tiene la representación gráfica de una función lineal en el plano cartesiano. La ecuación dada es $y = 2x+3$	Se modifica la pendiente de la recta. Se multiplican todos los puntos de la gráfica por un factor de 2, resultando en una nueva función $y = 4x+3$. Este ajuste es un tratamiento porque implica la modificación dentro del mismo registro gráfico, alterando la inclinación de la recta sin cambiar el registro de representación.

<i>REGISTRO TABULAR</i>	<i>TRATAMIENTO</i>
Se tiene una tabla que muestra valores de x y sus correspondientes valores de y para la ecuación $y = -x^2 + 4x - 3$.	Se calculan los valores intermedios de y para $x = 0,5$; $x = 1,5$; y $x = 2,5$ y se completa la tabla. Este proceso de interpolar valores intermedios es un tratamiento dentro del registro tabular, ya que se sigue trabajando dentro de la misma tabla, pero se están añadiendo más valores para obtener una representación más completa de la función.

Tabla 3: Transformaciones dentro de un mismo registro semiótico. Ejemplos

Sobre la base de los desarrollos anteriores, a continuación, se presenta la construcción de una tabla de análisis de libros de texto centrada en la dimensión "transformación de registros semióticos". Esta tabla permite examinar en los materiales didácticos qué elementos de conversión y tratamiento de distintas representaciones matemáticas se hacen presentes.

Dimensión	Categoría	Indicador: Se proponen tareas que implican....
Transformación de registros semióticos	Conversiones entre registros	Conversión del registro natural al algebraico
		Conversión del registro algebraico al gráfico
		Conversión del registro gráfico al algebraico
	Transformaciones dentro de un mismo registro	Transformaciones en el registro gráfico
		Transformaciones en el registro algebraico
		Transformaciones en el registro tabular

Tabla 4: Instrumento (Parte B)

Para realizar el análisis didáctico de los textos escolares que los docentes ponen en juego en sus clases, es fundamental considerar que este marco conceptual se ha adaptado en la construcción del instrumento de análisis del presente estudio, que permite caracterizar los registros semióticos presentes en los libros de texto y cómo se utilizan los diferentes sentidos de la variable.

ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO "Matemática 3 ES" (2015) de Editorial Estrada

A Continuación se presenta un análisis del tratamiento de los diferentes usos de la variable en el libro mencionado, a partir de los tres usos de la variable, desarrollado por Ursino y retomado por Serres Voisin (2011). Este modelo, distingue tres formas principales de utilización de la variable en el aprendizaje del álgebra : como número general, como incógnita y como relación funcional.

El uso como variable como número general se encuentra principalmente en el capítulo 6: "Expresiones algebraicas", donde las variables se utilizan en expresiones generales, por ejemplo, al introducir la factorización y las igualdades algebraicas.

Las actividades implican manipulación simbólica de expresiones que contienen variables que no representan valores particulares, sino que operan como letras que generalizan propiedades numéricas o estructurales.

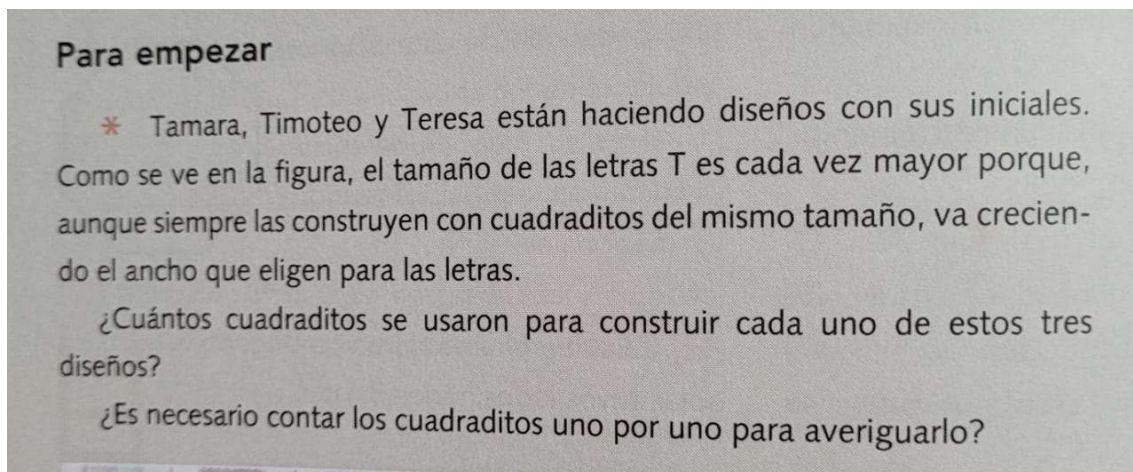


Figura . 2. Expresiones algebraicas. Abdala et al. (2015, p. 104)..

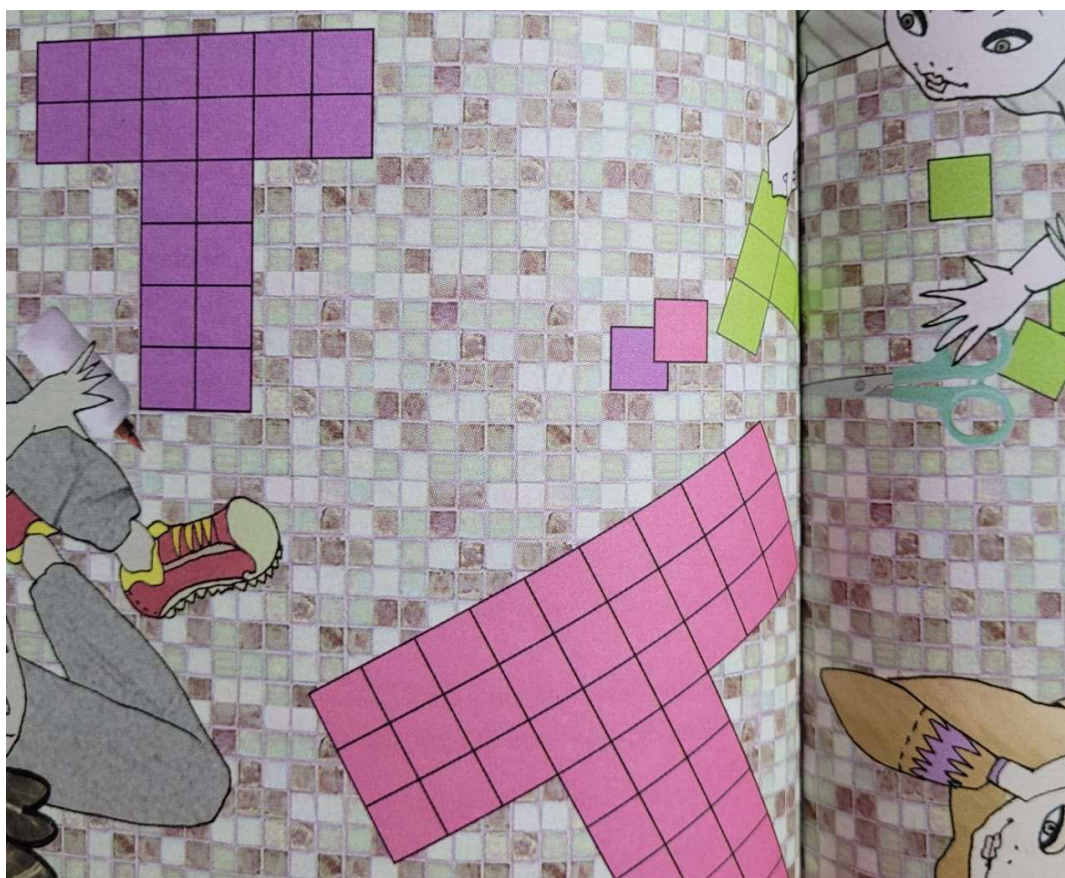


Figura 3. Expresiones algebraicas. Abdala et al. (2015, p. 104)..

PARA TRABAJAR EN GRUPOS

[7] Entre las cuatro fórmulas que se presentan a continuación, hay dos que fueron planteadas para resolver un problema similar al de las letras T y que, en apariencia, son distintas porque fueron pensadas por distintos caminos. Sin embargo, las dos representan el mismo cálculo y funcionan como solución del mismo problema.

I) $n \cdot (2 \cdot n - 3) + 3$

II) $n + 2 \cdot (n - 4) + 7$

III) $1 + n \cdot (n + 2) - 2 \cdot n$

IV) $3 \cdot (n + 2) - 7$

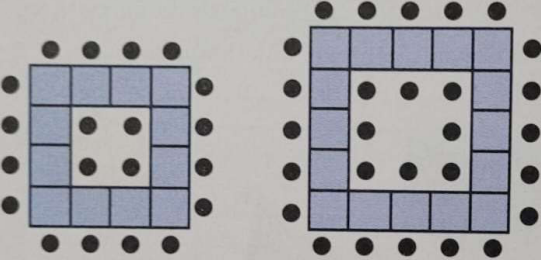
a. ¿Cuáles son esas dos fórmulas?

b. ¿Cómo se dieron cuenta?

c. Comparen sus respuestas y procedimientos usados con lo de los otros grupos. Luego, lean la información de la página siguiente.

Figura 4. Expresiones algebraicas. Abdala et al. (2015, p. 122).

[38] En un restaurante organizan mesas para cenas de grupos de amigos. Siempre arman "rondas" cuadradas de mesas, como muestran las figuras, donde los puntos representan la gente que se sienta alrededor:



En los ejemplos anteriores, los cuadrados son de 4 y 5 mesas de lado.

a. ¿Cuántas personas hay sentadas en cada caso?

b. Escriban una expresión que permita calcular el número de personas que se pueden sentar a la mesa, si el cuadrado tiene n mesas de lado.

c. Comparen la fórmula obtenida con las de sus compañeros y discutan acerca de si son equivalentes o no.

Figura 5. Expresiones algebraicas. Abdala et al. (2015, p. 122).

En el capítulo 7, relacionado con funciones, la variable adquiere un uso diferente, representando relaciones funcionales. Esto se evidencia en actividades que vinculan expresiones simbólicas con representaciones gráficas, como la interpretación de gráficos de funciones lineales, cuadráticas o la construcción de tablas de valores y otras, mediante el análisis de relaciones entre variables, uso de tablas, gráficas y expresiones del tipo $y=f(x)$.

En cuanto al tipo de actividades, se establecen correspondencias entre dos variables, mediante distintos registros de representación: tabular, gráfico y simbólico. Se exploran comportamientos de las funciones según cambios en una de las variables.

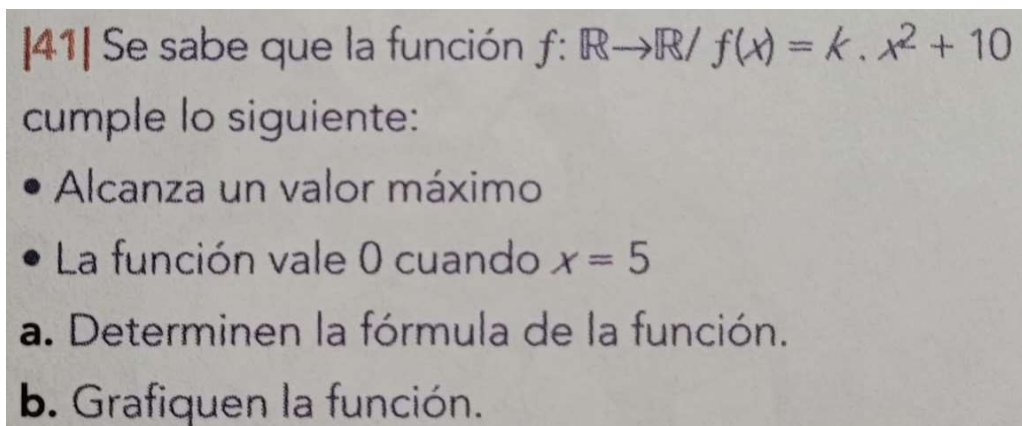


Figura 6. Funciones. Función cuadrática. Abdala et al. (2015, p. 143).

En el capítulo 8, se presenta de manera central la variable como incógnita, donde se resuelven ecuaciones lineales, cuadráticas e inecuaciones. Las actividades se centran en encontrar el valor numérico que satisface una igualdad o desigualdad. La variable es tratada como un número desconocido a determinar, en contextos tanto abstractos como con situaciones problemáticas.

Este enfoque se refuerza con tareas como la que se presenta en el ejercicio, de la figura 7, por lo tanto, no solo aborda el uso de la variable como incógnita, sino que también introduce una generalización algebraica que remite al uso de la variable como número general. Se solicita encontrar una regla para todos los casos posibles según los valores de los coeficientes, lo que invita a pensar en términos de estructura y no solo de resolución puntual.

En ese sentido, se abre la posibilidad de conectar este contenido con el razonamiento algebraico más allá del procedimiento mecánico, y se incorpora implícitamente la noción de modelo general de ecuación lineal, ampliando así el tratamiento del concepto de variable y promoviendo el desarrollo de un pensamiento más estructurado y generalizador, en línea con Serres Voisin (2011), quien afirma que es esencial identificar y promover el uso de estrategias de generalización como actividad central del álgebra escolar.

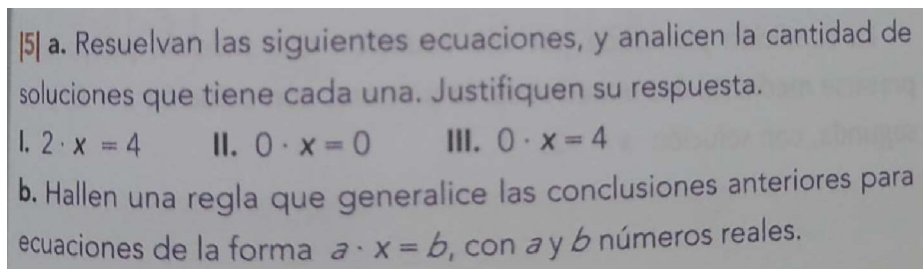


Figura 7. Ecuaciones. Abdala et al. (2015, p. 122).

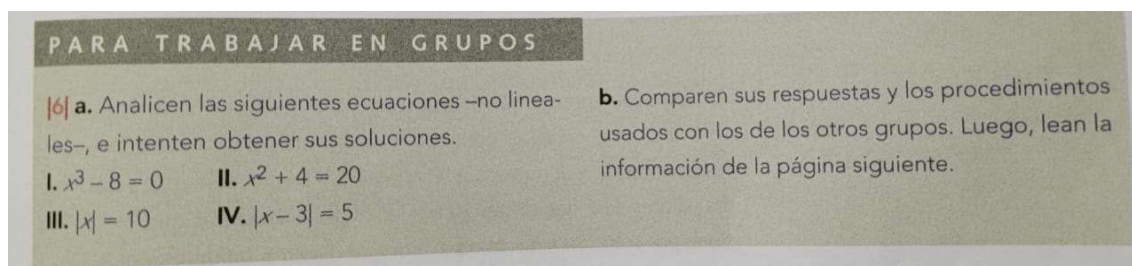


Figura 8. Ecuaciones no lineales. Abdala et al. (2015, p. 147).

Los tres usos de la variable según el modelo de las 3UV están presentes en el texto. Cada uso se introduce en el capítulo correspondiente, siguiendo una progresión temática segmentada, sin que se superpongan entre sí. El uso como número general aparece en el trabajo con fórmulas y expresiones algebraicas generales; el uso como relación funcional se desarrolla en las unidades donde se abordan funciones; y el uso como incógnita se despliega en el tratamiento de ecuaciones e inecuaciones.

En particular, en el capítulo 8 se trabaja intensamente el uso de la variable como incógnita, centrando la atención en la resolución de ecuaciones e inecuaciones, tanto en contextos abstractos como problemáticos. Sin embargo, dentro de esta misma unidad, se incluyen propuestas que extienden el trabajo clásico de resolución al análisis estructural de las ecuaciones.

Este tipo de actividad rompe con la idea habitual de que todas las ecuaciones poseen una única solución, abriendo el espacio para pensar en la existencia o inexistencia de soluciones y en la posibilidad de infinitas soluciones. Además, se invita a generalizar estos casos bajo una regla, introduciendo así un uso de la variable como número general, en el mismo entorno de trabajo donde inicialmente se planteaba como incógnita.

Este pasaje de un uso a otro da cuenta de lo que Carmen Sessa (2005) identifica como un aspecto central en la enseñanza del álgebra: el ingreso al lenguaje simbólico no debe quedar restringido al uso operativo o resolutivo de las letras, sino que es fundamental favorecer la comprensión de sus múltiples funciones en los distintos contextos. Según la autora, es necesario superar la mera traducción de enunciados a ecuaciones, y avanzar hacia un trabajo con estructuras algebraicas

que permitan a los estudiantes reflexionar sobre las relaciones que se representan y operar sobre ellas con sentido.

En cuanto al desarrollo relativo de cada uso, puede observarse que el tratamiento del uso de la variable como incógnita ocupa un espacio más extenso y detallado en comparación con los otros dos. El uso como relación funcional¹ y el uso como número general², aunque presentes, aparecen con menor desarrollo en términos de cantidad de páginas y variedad de actividades. No obstante, existen puntos de contacto entre los capítulos, que permiten establecer vínculos entre los distintos usos, especialmente en aquellos momentos en que una misma tarea invita a transitar de un significado al otro, favoreciendo así una comprensión más articulada del álgebra."

Análisis de la dimensión: Transformación de registros semióticos

El análisis del libro *Matemática 3 ES* (Estrada, 2015) permite identificar tanto conversiones entre registros semióticos de representación como transformaciones dentro de un mismo registro, en el marco del trabajo con contenidos de álgebra en el nivel secundario.

Por un lado, en relación con la categoría de conversiones entre registros, se identifican propuestas que exigen el pasaje de un tipo de representación a otra. Específicamente, se encuentran actividades que requieren la conversión del registro verbal (natural) al algebraico. Por ejemplo, una actividad plantea: *"Un colectivo recorre 10 km cada 15 minutos. Expresá la distancia recorrida según el tiempo transcurrido"*, lo que implica generar una expresión algebraica a partir de un enunciado verbal.

También aparecen tareas que implican la conversión del registro algebraico al gráfico, como cuando se solicita: *"Representa gráficamente la función $y = 2x + 3$ "*, invitando a trazar la recta correspondiente en el plano cartesiano. En menor medida, se encuentran actividades que requieren la conversión del gráfico al algebraico, a través del análisis de una representación gráfica para deducir la expresión simbólica asociada, por ejemplo: *"Observá la gráfica y escribí la ecuación que representa esa recta"*. Estas conversiones muestran una articulación entre distintos registros y permiten abordar el contenido algebraico desde múltiples formas de representación.

Por otro lado, en cuanto a la categoría de transformaciones dentro de un mismo registro, el análisis evidencia una predominancia de tareas que requieren operar dentro del registro algebraico. En este tipo de actividades se propone, por ejemplo, la resolución de ecuaciones lineales, la simplificación de expresiones o la aplicación de propiedades de las igualdades, todas acciones que implican manipulación simbólica sin cambios de registro. Se identifican también algunas transformaciones

¹ Capítulo 7. Páginas 20.

² Capítulo 6. Páginas 20.

en el registro gráfico, como la modificación o el análisis de gráficos de funciones a partir de cambios en los parámetros. Por ejemplo, se propone observar qué ocurre con la gráfica de $y = x^2$ al sumar o restar constantes, lo que implica desplazamientos o cambios de forma en el plano cartesiano. No obstante, estas actividades son menos frecuentes y no tienen una presencia sistemática a lo largo del libro.

El registro tabular, en cambio, aparece de forma puntual. Se presentan algunas tablas de valores vinculadas a funciones lineales, como en tareas donde se solicita completar una tabla para la función $y = 2x - 1$, pero no se desarrollan actividades que promuevan transformaciones internas dentro de este registro, como el análisis de regularidades o deducciones generales a partir de los datos.

En conjunto, el abordaje de la dimensión *Transformación de registros semióticos* en este libro permite reconocer cómo se articulan las diferentes representaciones de los objetos algebraicos, así como el tipo de tareas que se proponen en cada caso.

Tabla de análisis – Transformación de registros semióticos

Categoría	Indicador	Ejemplo de tarea en el libro.
Conversión entre registros	Conversión del registro natural al algebraico	Un colectivo recorre 10 km cada 15 minutos. Expresá la distancia recorrida según el tiempo transcurrido.
	Conversión del registro algebraico al gráfico	Grafiquen las siguiente función lineal $f(x) = -\frac{2}{3}x + 5$
	Conversión del registro gráfico al algebraico	Observa la gráfica y escribí la ecuación que representa esa recta, que cumpla con las condiciones pedidas.
Transformaciones dentro de un registro	Transformaciones en el registro algebraico	Reducir la expresión $(2a+b)*(2a-b)$, a una misma expresión.
	Transformaciones en el registro gráfico	Modifica el gráfico de la función $y = x^2$ para observar el efecto de sumar o restar un número.
	Transformaciones en el registro tabular	Completa una tabla de valores incompleta: deducir que $y=2x+1$, en una sucesión como (1;3), (2;5),(3;7),....

Tabla 5: Análisis de transformación de registros semióticos, libro “Matemática 3 ES”

En síntesis, el libro incorpora los tres usos de la variable según el modelo de las 3UV: como número general, como incógnita y como relación funcional. Estos usos

aparecen distribuidos a lo largo de distintas unidades temáticas, vinculados a expresiones algebraicas, ecuaciones y funciones, respectivamente. Sin embargo, se observa un predominio del uso de la variable como incógnita, especialmente en el capítulo destinado a ecuaciones e inecuaciones. En esa sección se trabaja de forma sostenida sobre la resolución de igualdades y desigualdades, en contextos abstractos y problemáticos, centrando la atención en la determinación del valor que satisface una condición dada. Además, se incorporan propuestas que amplían este enfoque tradicional, incluyendo tareas que analizan la cantidad de soluciones posibles de una ecuación o que invitan a generalizar los casos posibles, combinando así el uso como incógnita con el uso como número general.

Por otro lado, el texto propone transformaciones tanto dentro de un mismo registro como entre distintos registros de representación semiótica, fundamentalmente entre los registros algebraico, gráfico y verbal. Se identifican actividades que implican conversiones entre representaciones, como el pasaje del lenguaje natural a expresiones algebraicas, o de ecuaciones a sus correspondientes gráficas. Asimismo, aunque en menor medida, se presentan transformaciones dentro de un mismo registro, particularmente en el algebraico (resolución de ecuaciones, manipulación de expresiones) y, con menor frecuencia, en el gráfico (modificaciones a partir de parámetros).

Este abordaje ofrece un panorama amplio de los objetos algebraicos desde distintas perspectivas, permitiendo observar cómo se articulan los usos de la variable con las representaciones que los sustentan.

ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO "MATEMÁTICA III" (2018) de Editorial Kapelusz

En el libro de texto en cuestión, se identifican de manera estructurada los tres usos de la variable según el modelo de las 3UV. Aparecen distribuidos en distintos capítulos, y se vinculan directamente con los ejes: expresiones algebraicas, ecuaciones y funciones.

En el capítulo inicial, el uso de la variable como número general aparece vinculado al estudio de las expresiones algebraicas, donde las letras se emplean para representar un número cualquiera dentro de un conjunto determinado. Este uso cumple una función sintética que permite expresar regularidades en forma generalizada, especialmente en la construcción de fórmulas y propiedades. No obstante, las actividades presentadas no promueven la búsqueda de regularidades ni la producción de fórmulas a partir de la observación de patrones, como sucedía en *Matemática 3 ED Confluencias* (Estrada, 2015), analizado anteriormente.

En cambio, en este texto, la presencia de la variable como número general se encuentra principalmente asociada a la aplicación de fórmulas ya conocidas o a la escritura de expresiones algebraicas particulares, lo cual supone un uso más restringido desde el punto de vista didáctico. En estas situaciones, la letra funciona como un símbolo de generalidad, pero no como una herramienta para la construcción de nuevas generalizaciones por parte del estudiante. Así, el tratamiento del número general en este libro tiende a consolidar la comprensión formal del lenguaje algebraico, más que a propiciar procesos de descubrimiento o de elaboración de reglas propias.

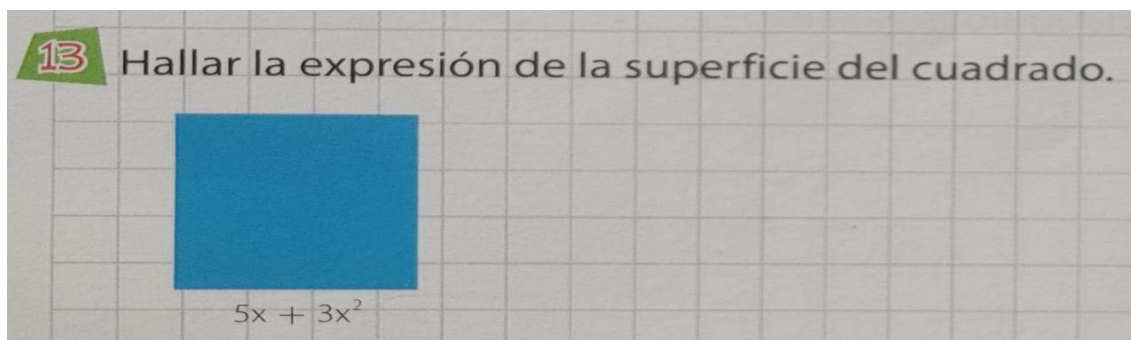


Figura 9. Expresiones algebraicas. Cuadrado de un binomio. Effenberger (2018, p. 33).

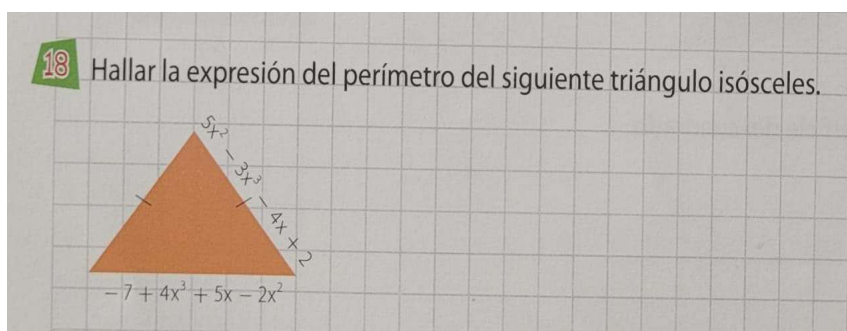


Figura 10. Expresiones algebraicas. Cuadrado de un binomio. Effenberger (2018, p. 34).

El uso de la variable como incógnita domina en las secciones dedicadas a la resolución de ecuaciones e inecuaciones. Aquí, la letra representa un valor numérico desconocido, que debe determinarse a través de procedimientos algebraicos. En esta parte, se introducen diversas estrategias de resolución que apuntan tanto a la manipulación simbólica como a la comprensión del significado de resolver una ecuación.

Las actividades asociadas a la variable como incógnita se centran, principalmente, en la resolución de ecuaciones. Es decir, el objetivo está puesto en encontrar un número que, al ser sustituido en una expresión, convierte una igualdad en verdadera.

33 El perímetro del rectángulo azul es de 28 cm.
Calcular la longitud de la base y de la altura del rectángulo.

$$\begin{cases} \overline{ab} = \frac{2}{3}x + \frac{5}{6}x \\ \overline{bc} = \frac{3x + 2\text{cm}}{4} \end{cases}$$


Figura 11. Expresiones algebraicas. Cuadrado de un binomio. Effenberger (2018, p. 35).

34 Plantear la ecuación y hallar el número que cumple con cada condición.

a) El anterior de su quinta parte es igual al consecutivo de su sexta parte.

b) La cuarta parte de su consecutivo es dos unidades menor que su tercera parte.

Figura 12. Expresiones algebraicas. Ecuaciones. Effenberger (2018, p. 38).

El uso de la variable como relación funcional, en tanto representación de una magnitud que varía en correspondencia con otra, se desarrolla de manera exclusiva en los capítulos dedicados al estudio de las funciones. En este eje temático, se articulan distintas representaciones de la relación funcional: verbal, algebraica, gráfica y tabular.

En el caso de la variable como relación funcional, las actividades se orientan a establecer vínculos entre dos cantidades que varían simultáneamente. Este tipo de situaciones se aborda a través del estudio de funciones, donde se exploran distintas formas de expresar la relación entre las variables, por ejemplo, mediante fórmulas, tablas o gráficos.

Este uso de la variable implica, además, una presencia significativa del análisis gráfico y del trabajo con representaciones múltiples (gráficas, numéricas y algebraicas), lo que permite abordar el pensamiento funcional y el análisis de fenómenos que involucran variación entre magnitudes.

36 Las siguientes tablas corresponden a funciones de proporcionalidad directa.
Hallar la constante k , la fórmula de cada una, completar las tablas y graficar.

a)

x	y
1	
3	12
4	
5	
6	

b)

x	y
2	1
4	
8	
10	
6	

Figura 13. Funciones. Funciones de proporcionalidad directa. Effenberger (2018, p. 80).

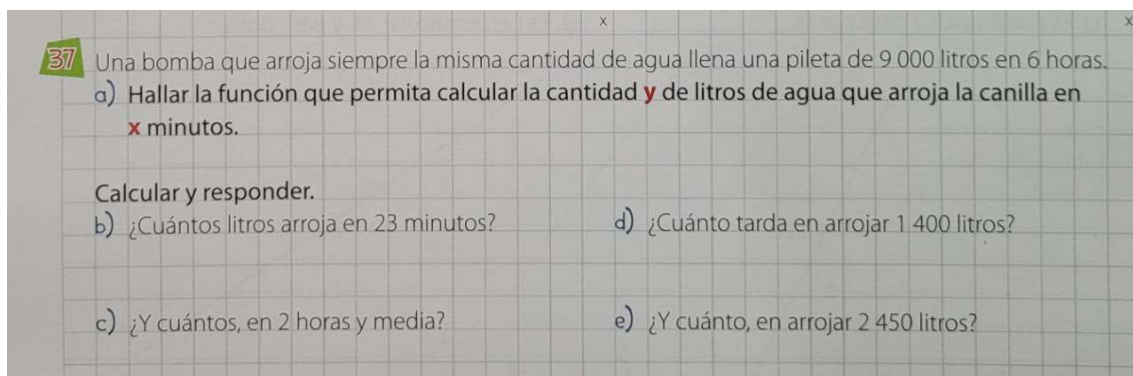


Figura 14. Funciones. Funciones de proporcionalidad directa. Effenberger (2018, p. 80).

El análisis realizado permitió identificar la presencia de los tres usos de la variable en los capítulos del libro seleccionado: como incógnita, como número general y como relación funcional. Cada uno de estos usos se presentó vinculado a diferentes tipos de actividades, tanto en lenguaje algebraico como en lenguaje natural, el gráfico y el tabular. El análisis realizado permitió identificar la presencia de los tres usos de la variable en los capítulos del libro seleccionado: como incógnita, como número general y como relación funcional. Cada uno de estos usos aparece vinculado a distintos tipos de actividades, desarrolladas en registros variados, algebraico, natural, gráfico y tabular, que los estudiantes deben articular según las demandas de cada consigna.

El uso de la variable como incógnita se manifiesta principalmente en actividades orientadas a la resolución de ecuaciones, la verificación de igualdades y el planteo de ecuaciones a partir de problemas formulados de manera directa y explícita. Estas tareas se sitúan en contextos de sustitución y resolución, e incluyen en algunos casos el pasaje del lenguaje natural al simbólico (Duval, 1999; 2006). El trabajo con ecuaciones se organiza, en su mayoría, en torno a situaciones con solución única, sin incorporar, o haciéndolo de forma aislada, casos que problematizan la inexistencia, multiplicidad o infinitud de soluciones. Este enfoque se aproxima a lo que Sessa (2005) describe como un tratamiento “encapsulado” de las ecuaciones, centrado en determinar un valor desconocido cuya existencia y unicidad se suponen desde el inicio. Desde la perspectiva de la transposición didáctica (Chevallard, 1989), esta orientación refleja modos particulares de delimitar la actividad algebraica escolar y de introducir el lenguaje simbólico y sus reglas.

La variable como número general se reconoció en actividades vinculadas a la formulación de expresiones algebraicas que permiten expresar relaciones o propiedades de manera general. Estas propuestas se centran en la manipulación simbólica de expresiones y en el reconocimiento de estructuras comunes entre distintos casos numéricos, aunque no se encontraron propuestas que vinculen este uso de la variable con tareas de generalización de patrones o regularidades numéricas, ni con actividades que inviten a explorar sistemáticamente la variación en contextos problemáticos.

Finalmente, el uso de la variable como relación funcional se presentó en situaciones en las que dos magnitudes varían conjuntamente. Las actividades correspondientes incluyeron la elaboración de expresiones que relacionan variables, el uso de tablas de valores y representaciones gráficas, y la exploración de relaciones de dependencia funcional entre cantidades.

En síntesis, el análisis del libro muestra que los tres usos de la variable están presentes, aunque no de manera equilibrada. El uso como incógnita³ aparece con mayor frecuencia en actividades vinculadas a la resolución de ecuaciones e inecuaciones, mientras que el uso como relación funcional⁴ se desarrolla en torno al estudio de las funciones y el trabajo con distintas representaciones. En cambio, el uso como número general⁵ tiene una presencia más acotada, limitado a la formulación de expresiones y propiedades, sin un desarrollo sostenido en torno a la generalización de patrones.

Análisis de la dimensión: Transformación de registros semióticos

Conversión entre registros semióticos

El libro mencionado ofrece una variedad de propuestas que permiten analizar ambas dimensiones del tratamiento semiótico.

Las actividades que exigen conversiones entre registros son frecuentes, especialmente en los capítulos dedicados al estudio de las funciones. Se propone, por ejemplo, representar gráficamente funciones dadas en forma algebraica, como $y = mx + b$ o interpretar una tabla de valores para identificar la expresión simbólica correspondiente. También se incluyen ejercicios en los que se debe vincular el gráfico de una función con su expresión algebraica o con la información de una tabla, explorando los efectos de modificar los coeficientes en la forma de la gráfica.

Estas tareas permiten establecer conexiones entre distintos registros : algebraico, gráfico y tabular, y movilizan la comprensión de propiedades funcionales como el crecimiento, decrecimiento o la pendiente de una función lineal. Este tipo de articulación entre registros no aparece de manera aislada, sino que constituye un eje recurrente dentro del tratamiento de las funciones, donde se busca favorecer el pasaje entre distintas formas de representación.

Si bien la conversión entre registros se observa principalmente en el eje funcional, también se identifican ejemplos en otros apartados del libro, aunque con menor frecuencia. En los capítulos dedicados a las expresiones algebraicas y a las ecuaciones, pueden encontrarse ejercicios que implican el pasaje del lenguaje natural al simbólico, por ejemplo, al traducir enunciados verbales en ecuaciones o

³ Capítulo 2. 15 Páginas.

⁴ Capítulo 4. 21 Páginas.

⁵ Capítulo 2. 15 Páginas.

expresiones algebraicas, lo que también constituye una forma de conversión (según Duval, 2006).

En este sentido, la conversión entre registros no aparece en el libro como una simple traducción de un formato a otro, sino como un proceso que exige reorganizar la información y movilizar modos de razonamiento diferentes según el registro involucrado. Tal como plantea Duval (2006), cada sistema de representación hace accesibles significados parciales y específicos de un mismo objeto matemático, y es justamente el pasaje entre ellos lo que permite articular esos significados y construir una comprensión más profunda. Las propuestas identificadas en el texto, especialmente en el tratamiento de las funciones, muestran que la articulación entre registros gráficos, algebraicos, tabulares y verbales no es anecdótica, sino estructural dentro del diseño de las actividades. Por ello, la conversión favorece el acceso a propiedades complementarias y no visibles en un único registro, habilitando una perspectiva más integrada del concepto analizado.

Transformaciones dentro de un mismo registro

El texto también incluye propuestas que promueven transformaciones internas dentro de un mismo registro.

El registro algebraico invita a operar con expresiones: resolver ecuaciones, factorizar trinomios, completar cuadrados o simplificar expresiones. Estas tareas permiten manipular los objetos simbólicos para explorar sus propiedades y resolver problemas.

En el registro gráfico, se desarrollan actividades centradas en modificar la forma de las gráficas al alterar los parámetros de las funciones. Por ejemplo, al trabajar con funciones lineales, se invita a observar cómo varía la gráfica de una recta al cambiar el signo o el valor del coeficiente principal, mostrando el efecto de los parámetros sobre la forma y posición de la función.

En el registro tabular, aunque con menor presencia, se proponen ejercicios que implican completar o analizar tablas de valores, lo cual permite trabajar patrones numéricos y regularidades dentro de una estructura fija.

En suma, estas propuestas permiten abordar el aprendizaje del álgebra y las funciones desde una perspectiva semiótica amplia, integrando distintas formas de representación y operaciones dentro y entre registros. En el registro gráfico, se desarrollan actividades centradas en modificar la forma de las gráficas al alterar los parámetros de las funciones. Por ejemplo, al trabajar con funciones lineales, se invita a observar cómo varía la gráfica de una recta al cambiar el signo o el valor del coeficiente principal.

En el texto analizado, las transformaciones dentro de un mismo registro no aparecen con la misma frecuencia. Se prioriza el registro algebraico, que concentra la mayoría de las actividades (resolución de ecuaciones, factorizaciones, simplificaciones, entre otras). En segundo lugar, se presenta el registro gráfico, con actividades orientadas a modificar la forma de las gráficas mediante la variación de parámetros. Finalmente, el registro tabular aparece en menor medida, principalmente como recurso complementario para completar o analizar tablas.

Tabla de análisis – Transformación de registros semióticos

Categoría	Indicador	Ejemplo de tarea en el libro.
Conversión entre registros	Conversión del registro natural al algebraico	Problemas donde se parte de un enunciado verbal que debe ser traducido a una expresión simbólica.
	Conversión del registro algebraico al gráfico	A través de consignas que piden representar funciones lineales, dadas por su fórmula.
	Conversión del registro gráfico al algebraico	Cuando se propone analizar una recta graficada, para identificar su expresión simbólica.
Transformaciones dentro de un registro	Transformaciones en el registro algebraico	Simplificación de expresiones y la Resolución de ecuaciones y ejercicios de factorización.
	Transformaciones en el registro gráfico	Análisis de en la gráfica de funciones lineales ante cambios de parámetro.
	Transformaciones en el registro tabular	Completar una tabla de valores a partir de una función dada: $y=-2x$. - Calcular los valores de y para determinados valores de x . - Completar los espacios faltantes.

Tabla 6: Análisis de transformación de registros semióticos, libro “Matemática III”

En conclusión, el libro propone una estructura que aborda los contenidos de álgebra y funciones distribuyéndolos en capítulos temáticos bien diferenciados. El primer capítulo se sitúa sobre el universo de las expresiones algebraicas, el siguiente desarrolla la resolución de ecuaciones e inecuaciones, donde se profundiza el trabajo con el uso de la variable como incógnita y se promueve el pasaje entre el lenguaje natural y el lenguaje algebraico para modelizar situaciones problemáticas,

y luego se avanza hacia el estudio de las funciones, integrando múltiples representaciones ; verbal, tabular, algebraica y gráfica, para construir significados vinculados a la variación y dependencia entre magnitudes.

Desde la perspectiva del modelo de los 3 usos de la variable (3UV), los tres sentidos están presentes, aunque con distribución desigual. El uso de la variable como incógnita se destaca en los capítulos dedicados al álgebra: la mayor parte de las actividades demanda encontrar valores numéricos que satisfagan una igualdad o desigualdad. El uso como relación funcional, por su parte, aparece con fuerza en el estudio de funciones, donde las expresiones vinculan gráficos y tablas para comprender cómo una variable depende de la otra. En cambio, el uso como número general tiene una presencia más limitada, restringida a algunas actividades de formulación de expresiones y propiedades, sin un desarrollo sistemático orientado a la exploración general de patrones numéricos.

En cuanto a las transformaciones semióticas, el libro incorpora dos tipos de operaciones: por un lado, conversión entre registros, con tareas que traducen enunciados verbales en expresiones simbólicas, transforman fórmulas en gráficos o interpretan gráficos para deducir su simetría simbólica; por otro lado, transformaciones dentro de un mismo registro, como resolver y simplificar expresiones algebraicas, observar cambios en gráficos al modificar parámetros, o completar tablas de valores sin abandonar el registro tabular. Aunque todas estas operaciones están presentes, las actividades dentro del registro algebraico son las más frecuentes, seguidas por las del registro gráfico, mientras que las tareas en el registro tabular aparecen con menor frecuencia.

En síntesis, esta distribución refleja un enfoque más centrado en la resolución algebraica y la representación funcional que en la exploración simbólica general o en el análisis de regularidades numéricas.

Conclusiones finales

El análisis de los libros de texto seleccionados permitió reconocer la presencia de los tres usos de la variable; como número general, como incógnita y como relación funcional, en distintos capítulos y ejes de contenidos, aunque con diferencias en su distribución y en la profundidad del tratamiento.

En términos generales, se observa que el uso de la variable como incógnita ocupa un lugar central en la enseñanza del álgebra escolar. Ambos libros dedican un espacio considerable a la resolución de ecuaciones e inecuaciones, así como a actividades que implican la traducción de enunciados verbales al lenguaje algebraico. Sessa, reconoce el valor didáctico de las ecuaciones, aunque advierte sobre el riesgo de comprimir el trabajo algebraico en la mera resolución de ecuaciones con solución única y garantizada. En este sentido, el análisis de los

textos muestra que dicha preponderancia se mantiene, aunque en el primer libro analizado se identifican algunas tareas que problematizan la cantidad de soluciones posibles.

El uso de la variable como número general, en cambio, aparece de manera más acotada. Se encuentra principalmente en actividades vinculadas con la formulación de expresiones algebraicas, identidades y propiedades generales de las operaciones. Este

uso cumple un rol esencial en la construcción de un pensamiento algebraico más abstracto y estructural, lo que limita la posibilidad de trabajar con la dimensión más formativa de este uso. Sin embargo, el primer libro analizado incorpora con mayor frecuencia propuestas que invitan a generalizar regularidades o analizar distintos casos posibles,

Por su parte, el uso de la variable como relación funcional se presenta especialmente en el estudio de funciones, donde las actividades invitan a vincular distintas representaciones: algebraica, gráfica, tabular y verbal. Este tratamiento, sin embargo, se introduce como un tema relativamente independiente respecto del trabajo algebraico previo, sin que se retomen de manera explícita los sentidos de la variable abordados en capítulos anteriores. De este modo, las funciones aparecen como un nuevo campo de estudio, con su propio lenguaje y representaciones, más que como una continuidad de los usos algebraicos ya trabajados. Asimismo, ambos textos promueven la articulación entre registros de representación, lo que permite reconocer correspondencias entre expresiones simbólicas y sus representaciones gráficas o tabulares. Este énfasis resulta coherente con la perspectiva de Duval (2006), para quien la conversión entre sistemas semióticos, particularmente entre el registro algebraico y el gráfico, constituye una condición necesaria para acceder al significado matemático. No obstante, en los libros analizados, las actividades vinculadas a la conversión entre registros algebraico y gráfico son significativamente más frecuentes que aquellas que involucran el registro tabular, cuya presencia es más limitada.

Siguiendo a Chevallard (1989), los libros de texto pueden leerse como objetos que condensan decisiones curriculares y didácticas, y que median entre las prescripciones oficiales y la práctica docente. Desde esta perspectiva, el análisis realizado parte del supuesto de que estos materiales constituyen una fuente valiosa para comprender las formas en que se introduce el álgebra en la escuela secundaria. En este sentido, el estudio no se orienta a comparar libros de manera aislada, sino a identificar tendencias comunes y enfoques predominantes en la presentación del concepto de variable y en el tratamiento de los registros de representación asociados, considerando además el papel que los libros de texto desempeñan en la configuración del trabajo docente y de las oportunidades de aprendizaje que se ofrecen a los estudiantes.

En suma, los resultados ponen en evidencia que los libros priorizan ciertos usos de la variable, especialmente el de incógnita y ciertos registros, principalmente el algebraico y el gráfico, mientras que otros aparecen de forma más limitada. Esta tendencia invita a reflexionar sobre el tipo de pensamiento algebraico que se promueve desde los materiales escolares.

Si bien en ambos textos se identifican propuestas que buscan sostener la transición entre la aritmética y el álgebra, esta intención aparece con diferentes matices. En general, predomina una orientación procedimental del trabajo algebraico, centrada en la resolución de ecuaciones y en la manipulación simbólica, en línea con la advertencia de Sessa (2005) respecto del riesgo de encapsular el álgebra en ejercicios con solución única. No obstante, las diferencias observadas entre los libros muestran que esta tendencia no se manifiesta del mismo modo en todos los casos: mientras algunos capítulos incorporan indicios de generalización o análisis de estructuras, otros mantienen un enfoque más restringido. En este sentido, resulta pertinente preguntarse hasta qué punto los materiales analizados habilitan situaciones que promuevan la exploración, la generalización y el razonamiento sobre relaciones funcionales, dimensiones que Serres Voisin (2011) y Castro (2012) consideran centrales para el desarrollo del pensamiento algebraico.

A su vez, la presencia desigual de los distintos registros semióticos evidencia que aún persisten desafíos en torno a la articulación de representaciones. Tal como plantea Duval (2006), la comprensión de los objetos matemáticos depende de la posibilidad de coordinar y convertir entre registros gráfico, algebraico, tabular o verbal. La escasa diversidad de estas conversiones en los materiales sugiere la necesidad de repensar propuestas que promuevan un aprendizaje más profundo y flexible.

Retomando las ideas de Chevallard (1989), los libros de texto, como productos de la transposición didáctica, condensan decisiones curriculares y culturales que reflejan qué saberes se consideran legítimos y enseñables. Desde esta mirada, los hallazgos no solo permiten describir el tratamiento del álgebra en los textos actuales, sino también interrogar el modo en que estos materiales orientan el trabajo docente y las oportunidades de aprendizaje disponibles para los estudiantes.

En esta línea, emergen nuevas preguntas para futuras investigaciones: ¿De qué manera podrían los libros de texto integrar una visión más amplia del álgebra, que incluya tanto su dimensión simbólica como su función de modelización y generalización?

¿Y cómo pueden los docentes, en su práctica, reconfigurar el potencial didáctico de los libros para construir un álgebra más significativa, más abierta y más cercana al modo en que se produce conocimiento matemático?

BIBLIOGRAFÍA

- Bolea Catalán, P. (2003). El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares: Memoria realizada para la obtención del título de doctor bajo la dirección de Marianna Bosch Casabó y Josep Gascón Pérez. Zaragoza, España: Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza.
- Cobo M. y Batanero, C.(2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Investigación didáctica*, 22(1), 2-8
- <https://core.ac.uk/download/pdf/13268142.pdf>
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. *Investigación en educación matemática XVI*, 75-94.
- Chevallard, Y. (1989). La transición de la aritmética al álgebra en la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Segunda parte. *Pequeño x*, 19, 45-75. Disponible en: 3 <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PX/IGR89002/IGR89002.pdf>
- Duval, R.(1999)Semiosis y pensamiento humano.Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.Periodico Síntesis. Recuperado de <http://sintesis.univalle.edu.co/saladelectura/semiosis.html>
- Duval, R.(2006)Un tema crucial en la educación matemática :la habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. 1(9), 143-168. Recuperado de http://dmle.icmat.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf
- Gueudet, G., Pepin, B. y Trouche, L. (Eds.). (2011). *Del texto a los recursos 'vivos': Materiales curriculares de matemáticas y desarrollo docente* (Vol. 7). Springer Science & Business Media
- Lage, F. y Cataldi, Z. (2004) Diseño y organización de tesis. Nueva Librería.
- Panizza, M., Sadovsky, P. y Sessa, C. (1996). Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito. Buenos Aires, Ciclo Básico Común. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA.
- Sessa, C. (2005). Iniciación al estudio didáctico del Álgebra. Orígenes y perspectivas. Buenos Aires, Editorial Libros del Zorzal.
- Serres Voisin, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *Sapiens*, 12(1), 122-142.

Villella, J. y Contreras, C. (2006) El conocimiento profesional de los docentes de Matemáticas en relación con la selección y uso de libros de texto. Revista de Educación (p. 974-976)