



RIDUNAJ
Repositorio Institucional
Digital UNAJ



Universidad Nacional
ARTURO JAURETCHE

Tesinas de Grado

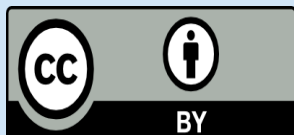
Diego Ezequiel Luparello

Desarrollo de un Software para la Resolución del Problema Directo en Técnicas de Tomografía de Microondas utilizando el Método de Elementos Finitos

2023

Instituto de Ingeniería y Agronomía

Carrera: Ingeniería en Informática



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons.

Atribución 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Documento descargado de RID - UNAJ Repositorio Institucional Digital de la Universidad Nacional Arturo Jauretche

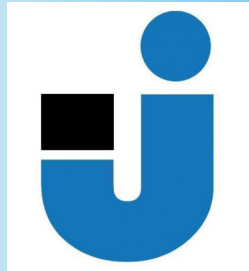
Cita recomendada:

Luparello, D. E. (2023). *Desarrollo de un Software para la Resolución del Problema Directo en Técnicas de Tomografía de Microondas utilizando el Método de Elementos Finitos* [Práctica Profesional Supervisada, Universidad Nacional Arturo Jauretche]. <https://rid.unaj.edu.ar/handle/123456789/2869>

Universidad Nacional Arturo Jauretche

Instituto de Ingeniería y Agronomía

Carrera de Ingeniería en Informática



PRÁCTICA PROFESIONAL SUPERVISADA

Informe final

**Desarrollo de un Software para la Resolución del Problema
Directo en Técnicas de Tomografía de Microondas utilizando
el Método de Elementos Finitos**

Estudiante: Luparello Diego Ezequiel

Tutor: Ramiro Irastorza
rirastorza@unaj.edu.ar

Tutor Organizacional: Martin Morales
martin.morales@unaj.edu.ar

Florencio Varela, Diciembre 2023

1. Introducción.....	3
1.1 Presentación del problema y su relevancia.....	3
1.2 Breve explicación de por qué se eligió la tomografía por microondas.....	4
1.3 Objetivos de la PPS.....	5
1.4 Descripción de la creación de un tutorial completo para simulaciones de tomografía de microondas.....	6
1.5 Justificación para estudiar el Método de Elementos Finitos y la comparación con otros métodos numéricos y la Solución Teórica Exacta.....	7
1.6 Contribución.....	8
2. Contexto del Proyecto de TMO y Contribución Individual.....	10
2.1 Descripción general del proyecto de Tomografía por Microondas y su motivación.	10
2.2 Identificación de mi contribución específica, centrada en el Método de Elementos Finitos.....	11
2.3 Gráfico visual que representa las diferentes etapas y métodos dentro del proyecto.....	11
3. Marco Teórico.....	13
3.1 Explicación de la tomografía de microondas.....	13
3.2 Descripción de las propiedades dieléctricas y su relevancia en la tomografía de microondas.....	14
3.3 Formulación de la ecuación de Helmholtz y su relación con la permitividad relativa y la densidad de corriente.....	15
3.4 Breve revisión de los métodos de resolución del problema directo: Elementos Finitos, Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo, Método de los Momentos y Solución Teórica Exacta.....	17
4. Desarrollo Tecnológico.....	19
4.1 Presentación de las herramientas utilizadas, con énfasis en Docker como plataforma central.....	19
4.2 Descripción de las bibliotecas y herramientas de Python utilizadas en el proyecto.....	22
4.3 Guía paso a paso sobre cómo configurar el entorno de desarrollo y ejecutar las	

simulaciones utilizando Docker.....	24
4.4 Integración de buenas prácticas de desarrollo de software, como el uso de docstrings para la documentación.....	28
5. Resultados.....	31
5.1 Descripción de cómo se obtienen los resultados, incluyendo la simulación a partir de una malla.....	31
5.2 Estructura del software.....	32
5.3 Visualización de los resultados de las simulaciones y cómo se comparan entre los diferentes métodos numéricos estudiados.....	33
5.4 Resultados de las Simulaciones.....	34
5.5 Inclusión de ejemplos prácticos de simulaciones de tomografía de microondas utilizando el módulo de Elementos Finitos.....	56
5.6 Comparativas con resultados conocidos y datos experimentales.....	57
5.7 Descripción de la aplicación principal: análisis del hueso calcáneo del pie humano para prevenir enfermedades como la osteoporosis.....	61
5.8 Detalles sobre la creación del tutorial/software completo.....	62
5.9 Aclaración del ámbito de investigación, centrándose en la bioingeniería y la medicina.....	63
6. Conclusiones.....	65
6.1 Trabajos a Futuro.....	65
6.1.1 Posibles mejoras o extensiones del proyecto:.....	65
6.1.2 Investigación adicional necesaria.....	65
6.1.3 Trabajos futuros financiados por la beca de investigación.....	66
6.1.4 Integración Futura en Tomógrafo del CONICET.....	67
6.2 Resumen de los resultados obtenidos en la comparación de métodos numéricos y la aplicación en bioingeniería y medicina.....	67
6.3 Conclusión final.....	68
8. Referencias y Bibliografía.....	70
9. Agradecimientos.....	71

1. Introducción

1.1 Presentación del problema y su relevancia.

La salud ósea es un aspecto crucial de la calidad de vida humana, y las enfermedades que afectan la densidad y la integridad de los huesos, como la osteoporosis, representan un desafío médico significativo. La osteoporosis, en particular, es una afección silenciosa y generalmente asintomática en sus primeras etapas, lo que la convierte en un gran enemigo de la salud humana [1]. Esta enfermedad se caracteriza por la pérdida gradual de la densidad ósea y la microarquitectura del tejido óseo, lo que aumenta la fragilidad de los huesos y el riesgo de fracturas.

Es fundamental detectar signos tempranos de la osteoporosis y monitorear su progresión para intervenir de manera preventiva y mejorar la calidad de vida de los pacientes. Contar con herramientas de diagnóstico precisas y no invasivas es esencial en este contexto.

La elección de la tomografía por microondas (TMO) [2,3], está impulsada por la necesidad de una evaluación cuantitativa precisa de la densidad ósea sin recurrir a radiaciones ionizantes. Este enfoque ofrece una ventaja significativa en términos de seguridad para el paciente. Además, la adaptabilidad de la técnica a diversas configuraciones y la posibilidad de realizar estudios en 2D y 3D la hacen especialmente apta para investigaciones específicas, como el análisis del hueso calcáneo del pie humano. Esto requiere una comprensión detallada de las propiedades óseas en diferentes dimensiones.

La tomografía por microondas se posiciona como un complemento valioso a métodos más precisos, como la absorciometría de rayos X de energía dual (DXA o DEXA), también conocida como densitometría ósea, fortaleciendo así la capacidad de diagnóstico y tratamiento de enfermedades óseas.

La tomografía por microondas ha emergido como una técnica prometedora en el campo de la bioingeniería y la medicina debido a su capacidad para obtener imágenes no invasivas y de bajo costo, lo que la hace especialmente atractiva en comparación con otras técnicas de diagnóstico médico, como la resonancia magnética. Esta tecnología utiliza microondas para iluminar objetos biológicos, aprovechando las diferencias en sus propiedades dieléctricas¹ para generar imágenes a partir de los campos dispersados por este contraste. En particular, nos enfocamos en aplicar la tomografía por microondas para el análisis del hueso calcáneo del pie humano, con el objetivo de prevención y seguimiento de enfermedades como la osteoporosis.

1.2 Breve explicación de por qué se eligió la tomografía por microondas

La elección de la tomografía por microondas se basa en una evaluación exhaustiva de las distintas técnicas de imagenología médica disponibles. Para comprender plenamente esta elección, es esencial abordar el concepto de radiación ionizante y no ionizante.

La radiación ionizante, presente en técnicas como la tomografía computarizada (TC) y la radiografía convencional, posee la energía suficiente para ionizar átomos y moléculas, lo que puede alterar estructuras celulares y causar daño biológico. Aunque estas técnicas ofrecen una resolución excepcional, su uso conlleva riesgos asociados a la exposición prolongada a esta forma de radiación.

En contraste, la radiación no ionizante, a la cual pertenecen las microondas, no tiene la energía necesaria (por su menor frecuencia) para alterar la estructura atómica y molecular, lo que la hace inherentemente más segura para su aplicación en el ámbito médico. La tomografía por microondas se basa en el uso de este tipo de radiación, lo que elimina los riesgos asociados con la exposición a radiación ionizante, convirtiéndola en una opción más segura y sostenible.

Es importante destacar que el espectro electromagnético abarca una amplia gama de ondas, desde las de mayor energía y frecuencia, como los rayos X y los rayos

¹ Indica la capacidad de conducir o resistir la electricidad de un campo eléctrico.

gamma, hasta las de menor energía y frecuencia, como las microondas y las ondas de radio (ver **Fig. 1**). Cada tipo de radiación tiene características únicas que determinan su interacción con la materia y su idoneidad para aplicaciones específicas en medicina y otras disciplinas.

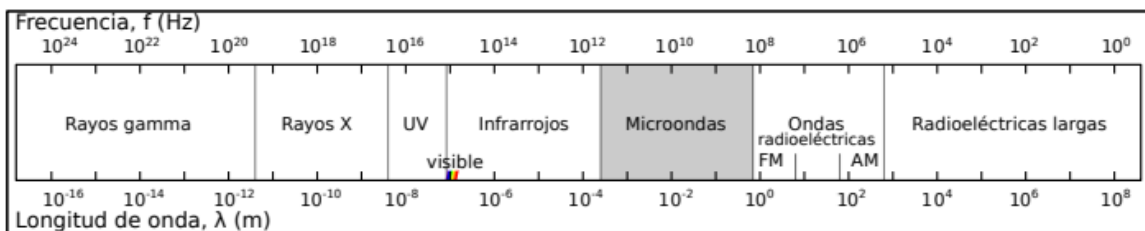


Figura 1: Espectro electromagnético. En gris se indica el intervalo de dicho espectro correspondiente a las microondas.

La tomografía por microondas se distingue por su capacidad para proporcionar información sobre las propiedades dieléctricas de los tejidos. Esta técnica utiliza microondas de baja energía, que son absorbidas por los tejidos de manera diferente según su composición y densidad. Esto permite obtener imágenes de la estructura y densidad ósea sin causar daño biológico.

Además, la tomografía por microondas ofrece ventajas prácticas y económicas, al ser una técnica más accesible y de menor costo en comparación con otras modalidades de imagenología médica avanzada. Esto democratiza el acceso a diagnósticos de alta calidad, lo que es crucial para la detección temprana y el tratamiento efectivo de enfermedades óseas.

La elección de la tomografía por microondas se fundamenta en su capacidad para proporcionar imágenes seguras de la estructura ósea, utilizando radiación no ionizante.

1.3 Objetivos de la PPS.

El objetivo general del trabajo es generar una herramienta capaz de resolver el problema directo de una geometría general de manera rápida y eficiente, que se pueda ejecutar en diferentes sistemas operativos, y que de ser posible se pueda extender en sistemas de cálculo en paralelo. El problema directo en tomografía por

microondas aborda la tarea de modelar cómo interactúan las microondas con los tejidos biológicos, en particular, con los huesos del cuerpo humano. Este proceso implica la generación de imágenes a partir de la información dispersada por las microondas, considerando las propiedades dieléctricas y estructurales del tejido.

En este sentido, los objetivos particulares son los siguientes:

1. Seleccionar la herramienta y los algoritmos necesarios para resolver de manera eficiente las ecuaciones en derivadas parciales correspondientes al problema directo en 2 y 3 dimensiones. Se deben resolver las dependencias utilizando Docker.
2. Desarrollar y documentar el módulo correspondiente en Python de manera tal que se pueda extender para cálculo en paralelo.
3. Integrar el módulo de simulación en un entorno de desarrollo interactivo que facilite la interacción y la visualización de los resultados. Para esto, se utilizarán herramientas como Jupyter Notebook.
4. Validar y evaluar el rendimiento y la precisión del módulo de simulación mediante pruebas comparativas con resultados conocidos de diferentes métodos.

1.4 Descripción de la creación de un tutorial completo para simulaciones de tomografía de microondas.

El desarrollo de un tutorial completo para simulaciones de tomografía de microondas constituye un pilar fundamental de este proyecto. Su propósito es proporcionar una guía detallada y accesible que permita a investigadores y estudiantes adentrarse en el mundo de la tomografía por microondas y realizar simulaciones de manera efectiva.

Este tutorial ha sido concebido como una herramienta integral que abarca desde los conceptos básicos hasta aplicaciones avanzadas de esta técnica. Se estructura de manera didáctica y progresiva, facilitando así el aprendizaje y la adquisición de habilidades prácticas. Comienza con una introducción a los principios fundamentales de la tomografía por microondas, explicando conceptos clave como

la interacción de microondas con tejidos biológicos, la importancia de las propiedades dieléctricas y el funcionamiento del equipo de tomografía.

El tutorial guía a los usuarios a través del manejo de las herramientas específicas utilizadas en el proyecto, brindando una descripción detallada de las bibliotecas y herramientas de Python que facilitan la implementación y ejecución de las simulaciones. Además del Método de Elementos Finitos (por sus siglas en inglés FEM), el tutorial incluye instrucciones detalladas sobre cómo realizar simulaciones utilizando el Método de los Momentos y el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo. Estos métodos amplían el espectro de herramientas disponibles para los usuarios.

El tutorial también aborda la validación del módulo de Elementos Finitos, incluyendo pruebas y comparativas con resultados conocidos y datos experimentales. Esto asegura la precisión y confiabilidad de las simulaciones realizadas. Por último, se presenta una visión detallada de las aplicaciones prácticas de la tomografía por microondas en el campo de la bioingeniería y la medicina, destacando la relevancia y el potencial impacto de esta técnica en la prevención y diagnóstico de enfermedades óseas, con un enfoque especial en el análisis del hueso calcáneo del pie humano.

En conjunto, este tutorial proporciona una base sólida para aquellos interesados en utilizar la tomografía por microondas como herramienta de diagnóstico en el ámbito de la bioingeniería y la medicina. Su estructura didáctica y la inclusión de ejemplos prácticos garantizan que los usuarios puedan aplicar efectivamente los conocimientos adquiridos en sus propias investigaciones.

1.5 Justificación para estudiar el Método de Elementos Finitos y la comparación con otros métodos numéricos y la Solución Teórica Exacta.

La elección de enfocarse en el Método de Elementos Finitos en este proyecto se basa en su relevancia y eficacia probada en el ámbito de la tomografía por microondas [4]. El FEM es una técnica numérica ampliamente utilizada para resolver

ecuaciones en derivadas parciales en problemas de ingeniería y física, lo que lo convierte en una herramienta idónea para abordar el problema directo en la tomografía de microondas.

El FEM es adecuado para modelar la propagación de ondas electromagnéticas en medios complejos, permitiendo una representación de las interacciones entre las microondas y los tejidos biológicos.

La comparación con otros métodos numéricos, como el Método de los Momentos y el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo, es de gran importancia para evaluar las fortalezas y limitaciones de cada enfoque en el contexto específico de la tomografía por microondas. Cada método tiene sus propias ventajas y desafíos, y comprender sus diferencias y aplicaciones respectivas proporciona una visión más completa y precisa de cómo abordar problemas particulares en este campo.

Además de los métodos numéricos, también se consideran las soluciones teóricas analíticas de modelos canónicos (cilindros en 2D excitados por líneas de corriente) en el proyecto. Aunque esta solución puede no ser viable en todos los escenarios prácticos, su inclusión es esencial para validar y calibrar los resultados obtenidos a través de métodos numéricos. Al comparar las soluciones obtenidas mediante FEM con la solución teórica exacta, se puede evaluar la precisión y confiabilidad del enfoque numérico y comprender las posibles fuentes de error o discrepancia.

En conjunto, el estudio y comparación de estos enfoques constituyen una parte fundamental de la metodología de este proyecto. Permiten seleccionar y aplicar el método más apropiado para abordar cada etapa del proceso de simulación de tomografía por microondas, garantizando así resultados confiables y precisos en la caracterización de tejidos biológicos y su aplicación en aplicaciones médicas y de bioingeniería.

1.6 Contribución

La presente Práctica Profesional Supervisada (PPS) se desarrolló en el marco del Proyecto de Investigación de la Universidad Nacional Arturo Jauretche UNAJ INVESTIGA 2020 (Código del Proyecto: 80020200100030UJ y Resolución Rectoral

N° 183/21 de fecha 08/08/2021), cuyo título es “Algoritmos de Machine Learning para procesamiento de imágenes en aplicaciones biomédicas, agronómicas y ambientales”, bajo la Dirección del Dr. Ing. Martín Morales y Co-Dirección de Dr. Ing. Ramiro Irastorza en el marco del Programa Tecnologías de la información y la comunicación (TICs) en aplicaciones de interés social (TICAPS).

2. Contexto del Proyecto de TMO y Contribución Individual

2.1 Descripción general del proyecto de Tomografía por Microondas y su motivación

Este proyecto de Tomografía por Microondas, está respaldado por el CONICET, y representa una iniciativa destacada en la investigación médica y científica. Desarrollado de manera colaborativa y en el contexto de un código abierto, tiene como motivación principal presentar avances significativos en el análisis y la reconstrucción de imágenes tomográficas mediante el uso de microondas. Esta contribución integral se presentó en el XXIV Congreso de Bioingeniería y la XIII Conferencia de Ingeniería Clínica de la SABI (Sociedad Argentina de Bioingeniería) de 2023. La participación en este congreso subraya la relevancia del proyecto en la comunidad científica y médica, resaltando su enfoque de código abierto y su impacto potencial en la investigación en tomografía por microondas.

En principio el proyecto presentaba las siguientes funciones, respondiendo a los diferentes métodos de simulación de TMO :

La función RunMom se encarga de implementar el Método de Momentos, un método integral que resuelve ecuaciones integrales escalares del campo eléctrico. Este enfoque es particularmente eficaz para modelar y analizar dispersores y arreglos de antenas, proporcionando soluciones para la distribución de los campos electromagnéticos en el medio de interés.

Asimismo, la función RunFtd utiliza el Método de Diferencias Finitas en Dominio del Tiempo para simular directamente las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo. Este método, al discretizar tanto el espacio como el tiempo, ofrece una aproximación eficiente y precisa para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas en diferentes medios.

2.2 Identificación de mi contribución específica, centrada en el Método de Elementos Finitos.

Mi contribución específica en el marco de este proyecto se centra en la implementación del Método de Elementos Finitos (FEM).

He desarrollado la función RunFem, que permite simular el problema directo de la Tomografía por Microondas (TMO) utilizando este enfoque numérico.

La función RunFem que he creado permite discretizar el dominio de simulación en elementos finitos, aplicando la formulación débil de la ecuación de Helmholtz. Esta formulación débil se integra sobre cada elemento finito, y el sistema de ecuaciones resultante se resuelve para obtener la distribución del campo eléctrico en el medio para una frecuencia en particular.

Además, he trabajado en la integración de buenas prácticas de desarrollo de software en esta función, facilitando su comprensión y uso para otros colaboradores del proyecto. La función RunFem se ha diseñado para ser flexible y eficiente, adaptándose a diversas geometrías y permitiendo la simulación del campo electromagnético en condiciones realistas.

Por último, he trabajado en la integración y encapsulamiento de todo el proyecto, tanto el código existente como las nuevas implementaciones, en un entorno de Docker. Este enfoque garantiza la portabilidad y reproducibilidad del proyecto al proporcionar un entorno de ejecución aislado y consistente.

2.3 Gráfico visual que representa las diferentes etapas y métodos dentro del proyecto.

A continuación se muestra en el Gráfico 1 un cuadro que representa todos los métodos de solución, remarcando cual es mi contribución en el proyecto.

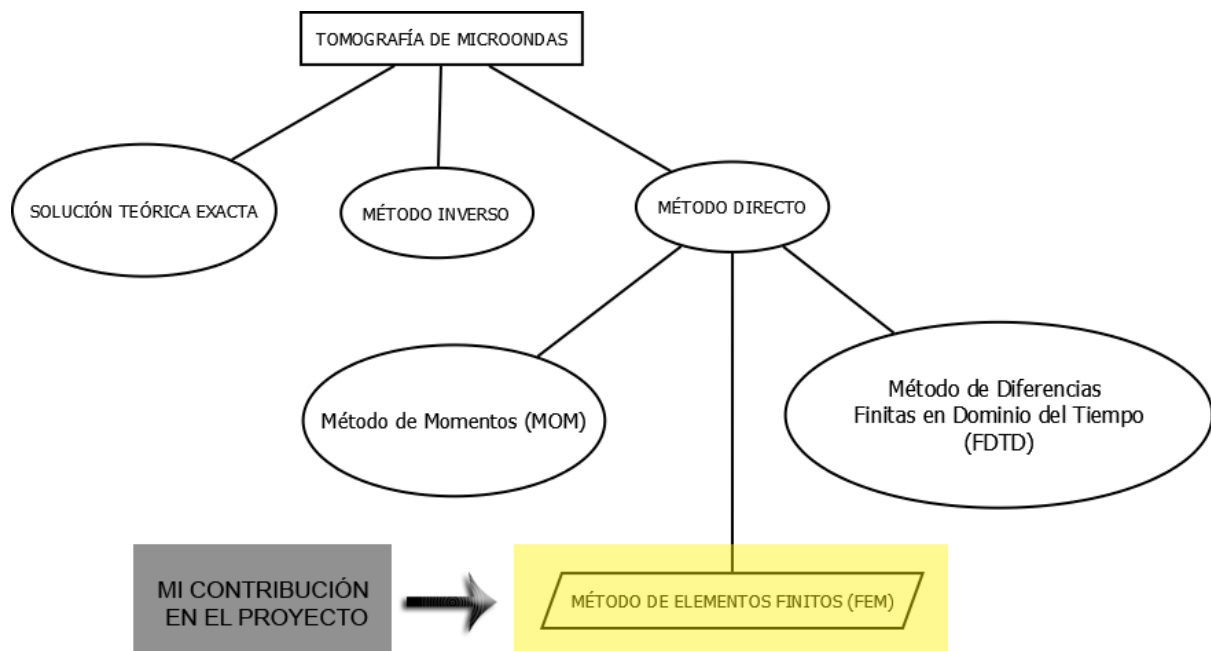


Gráfico 1. Métodos de solución de TMO

3. Marco Teórico

3.1 Explicación de la tomografía de microondas.

La tomografía de microondas es una técnica de imágenes no invasiva que utiliza ondas electromagnéticas de frecuencias comprendidas entre aproximadamente 100 MHz y 20 GHz. A diferencia de las técnicas tradicionales, como la resonancia magnética o los rayos X, la tomografía de microondas se basa en la detección de cambios en las propiedades dieléctricas del objeto en estudio (ver Fig 2).

Las ondas electromagnéticas emitidas por los transmisores se propagan a través del objeto en estudio, y las variaciones en las propiedades dieléctricas (contraste dieléctrico) del tejido provocan dispersiones en las ondas. Este contraste se convierte en la base para la formación de imágenes, lo que permite obtener información sobre la estructura interna de los tejidos.

Este enfoque ha despertado un interés significativo en la última década debido a su capacidad para generar imágenes médicas de manera no invasiva y con costos más bajos en comparación con otras técnicas. Además, la tomografía de microondas ha mostrado avances notables en la detección de enfermedades como el cáncer de mama [5] y hemorragias cerebrales [6], lo que destaca su potencial en aplicaciones médicas.

En el contexto de la bioingeniería y la medicina, la tomografía de microondas presenta ventajas distintivas al proporcionar información más detallada sobre las propiedades dieléctricas de los tejidos, permitiendo un análisis más preciso y específico. La capacidad de estimar tanto la forma y posición de los objetos dispersores como sus propiedades dieléctricas, que varían con la frecuencia de iluminación, hace que esta técnica sea invaluable para aplicaciones médicas especializadas. En esta PPS nos centramos en métodos numéricos para resolver problemas directos en tomografía de microondas, con un enfoque particular en el

Método de Elementos Finitos.

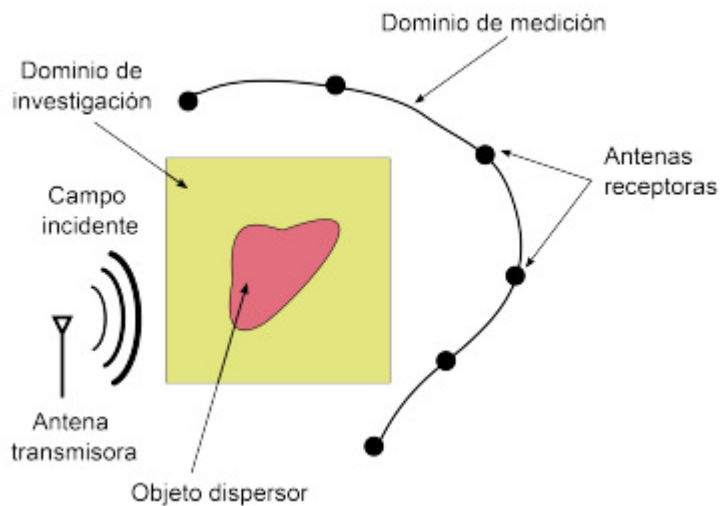


Figura 2. Esquema de medición en tomografía por microondas.

3.2 Descripción de las propiedades dieléctricas y su relevancia en la tomografía de microondas.

Las propiedades dieléctricas se refieren a la respuesta de un material a la aplicación de un campo eléctrico. En el contexto de la tomografía de microondas, estas propiedades adquieren una importancia crucial ya que son la base para la formación de imágenes detalladas de tejidos biológicos. Comprender estas propiedades es esencial para interpretar las interacciones de las ondas electromagnéticas con los tejidos y, por ende, para el éxito de la tomografía de microondas como técnica de imágenes médicas.

Las propiedades dieléctricas principales son la permitividad relativa (ϵ_r) y la conductividad (σ). La permitividad relativa es una medida de la capacidad de un material para polarizarse en respuesta a un campo eléctrico externo. Se expresa como la relación entre la permitividad del material y la permitividad del vacío (ϵ_0). Por otro lado, la conductividad describe la capacidad de un material para conducir

corriente eléctrica cuando se somete a un campo eléctrico. Las propiedades dieléctricas dependen fuertemente de la frecuencia [7].

En el contexto de la tomografía de microondas, estas propiedades son cruciales ya que la interacción de las ondas electromagnéticas con los tejidos está directamente relacionada con la variación de la permitividad relativa y la conductividad en el espacio. Por ejemplo, los tejidos biológicos presentan diferentes valores de permitividad relativa y conductividad, lo que provoca cambios en la velocidad de propagación de las ondas. Estas variaciones se traducen en contrastes en las imágenes obtenidas mediante la tomografía de microondas, permitiendo así la visualización de estructuras internas y la detección de anomalías.

La frecuencia de las microondas utilizadas en esta técnica es particularmente adecuada para penetrar los tejidos biológicos con menor absorción y dispersión, lo que mejora la resolución de las imágenes.

3.3 Formulación de la ecuación de Helmholtz y su relación con la permitividad relativa y la densidad de corriente.

La ecuación de Helmholtz en su forma escalar en dos dimensiones en nuestro contexto, se presenta como una herramienta fundamental para comprender la propagación de ondas electromagnéticas a través de un medio. Esta ecuación describe la relación entre el número de onda del medio ($k(r)$), la densidad de corriente ($J(r)$), y el campo eléctrico ($E_z(r)$).

La ecuación de Helmholtz, en su forma escalar (se resuelve en el plano xy), toma la siguiente expresión:

$$\nabla^2 E_z(r) - k(r)^2 E_z(r) = j\omega\mu_0 J(r) \quad (1)$$

Donde:

- $E_z(r)$ es la componente escalar del campo eléctrico en la dirección z .
- $k(r)$ es el número de onda, dado por $k(r) = \omega\sqrt{(\mu_0\epsilon r(r))}$
- ω es la frecuencia angular $\omega = 2\pi f$
- μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.
- $\epsilon r(r)$ es la permitividad relativa del medio en función de la posición r .
- J es la unidad imaginaria.
- $J(r)$ es la densidad de corriente.
- r es el vector posición, en este caso $r = (x, y)$

En esta ecuación, $E_z(r)$ representa la componente escalar del campo eléctrico en función de la posición r , $k(r)$ es el número de onda que depende de la frecuencia de propagación, la permitividad relativa del medio y la permeabilidad magnética del vacío $k(r) = \omega\sqrt{(\mu_0\epsilon r(r))}$, J es la unidad imaginaria, ω es la frecuencia angular, μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, y $J(r)$ es la densidad de corriente.

Esta es una ecuación en derivadas parciales con solución compleja (tanto ϵr como E_z pueden ser complejos) que se debe resolver en un dominio Ω con bordes $\partial\Omega$.

Para su discretización con FEM se debe calcular su formulación débil:

$$-\int_{\Omega} \nabla E_z(r) \cdot \nabla v dr + j \int_{\partial\Omega} \nabla E_z(r) \cdot n v ds - \int_{\Omega} k(r)^2 E_z(r) v dr = \int_{\Omega} j \omega \mu_0 J(r) v dr \quad (2)$$

Para llegar a esta expresión se multiplica la Ec.1 por una función de prueba v (auxiliar) y se utiliza el teorema de Green para luego integrarla. $\nabla E_z \cdot n$ es la derivada direccional en la dirección del vector normal n (normal al borde). Debe notarse que algunas integrales se hacen sobre Ω y otra sobre $\partial\Omega$. En general, en este tipo de problemas se supone una condición de radiación de Sommerfeld [4], que se puede aproximar por una condición de borde absorbente (ABC, por sus

siglas en inglés). En esta se cumple $\nabla E_z \cdot n - jkE_z = 0$ y este resultado se puede reemplazar en la Ec. 2.

3.4 Breve revisión de los métodos de resolución del problema directo: Elementos Finitos, Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo, Método de los Momentos y Solución Teórica Exacta.

En el contexto de la tomografía de microondas, donde la exploración no invasiva de estructuras internas es esencial, el abordaje del problema directo involucra la selección cuidadosa de métodos numéricos. Entre las diversas alternativas, nos enfocamos en el Método de Elementos Finitos (FEM), una herramienta versátil que ofrece soluciones precisas para ecuaciones diferenciales complejas.

Aunque existen otras metodologías, como Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD), Método de los Momentos (MoM) y Soluciones Teóricas Exactas, cada una con sus ventajas específicas, nuestra elección del FEM se fundamenta en su capacidad para abordar geometrías anatómicas detalladas y proporcionar resultados precisos en la simulación de la propagación de ondas electromagnéticas. Este enfoque nos permite no solo explorar la interacción de las microondas con tejidos biológicos complejos, sino también validar nuestras simulaciones frente a otras técnicas.

A continuación, se presenta una breve revisión de métodos fundamentales en este ámbito:

- **Método de Elementos Finitos (FEM):** Esta técnica numérica destaca por su versatilidad al abordar ecuaciones diferenciales en una amplia variedad de disciplinas. Su capacidad para adaptarse a geometrías complejas permite la simulación detallada de estructuras anatómicas, como huesos y tejidos, facilitando así el estudio de la propagación de ondas electromagnéticas.
- **Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD):** El enfoque FDTD, al discretizar tanto el espacio como el tiempo, resulta eficaz para representar

dinámicamente la propagación temporal de ondas electromagnéticas. Esta característica lo convierte en una herramienta valiosa para capturar fenómenos en constante evolución.

- Método de los Momentos (MoM): Basado en la formulación integral de ecuaciones electromagnéticas, el MoM se emplea para analizar la interacción de ondas con objetos dispersores. Su aplicabilidad se extiende a la simulación de geometrías complejas y estructuras con propiedades eléctricas variables.
- Solución Teórica Exacta: Este enfoque implica la resolución analítica de ecuaciones electromagnéticas. Aunque su aplicabilidad se limita a casos simples y específicos, proporciona una referencia valiosa para validar los resultados obtenidos mediante métodos numéricos.

4. Desarrollo Tecnológico

4.1 Presentación de las herramientas utilizadas, con énfasis en Docker como plataforma central.

En el desarrollo del presente proyecto, nos sumergimos en un conjunto estratégico de herramientas que no solo facilitan, sino que también potencian el desarrollo efectivo y la reproducción fidedigna de nuestras simulaciones de tomografía de microondas.

Para evitar problemas de dependencias e instalaciones de paquetes o librerías, utilizamos Docker, que es una herramienta de contenedores que se utiliza para el despliegue y la gestión de aplicaciones en diferentes sistemas operativos. Docker es una plataforma abierta que permite a los desarrolladores crear, empaquetar y distribuir aplicaciones en contenedores. En esencia, permite que las aplicaciones se ejecuten en cualquier entorno, ya sea local o en la nube, y sin tener que preocuparse por las diferencias en los sistemas operativos y las configuraciones del sistema.

Los contenedores son una forma de virtualización que proporciona un entorno aislado para las aplicaciones, lo que permite que múltiples aplicaciones se ejecuten en la misma máquina sin interferir entre sí. Cada contenedor incluye todo lo necesario para que una aplicación se ejecute, incluyendo el código, las bibliotecas y las dependencias, lo que lo hace fácil de mover y desplegar en diferentes sistemas.

Docker se utiliza mediante la creación de imágenes de contenedores que contienen todo lo necesario para que una aplicación se ejecute. Estas imágenes se pueden crear manualmente o mediante archivos de configuración, llamados "Dockerfiles". Una vez que se ha creado la imagen, se puede ejecutar el contenedor en cualquier sistema que tenga Docker instalado.

Docker ofrece numerosas ventajas en las que se incluyen:

- **Portabilidad:** Las aplicaciones en contenedores Docker son portables, lo que significa que se pueden mover fácilmente entre diferentes entornos sin tener que preocuparse por las diferencias en los sistemas operativos y las configuraciones del sistema.
- **Escalabilidad:** Docker permite escalar las aplicaciones de forma rápida y eficiente, añadiendo o eliminando contenedores según sea necesario.
- **Flexibilidad:** Docker permite que múltiples aplicaciones se ejecuten en la misma máquina sin interferir entre sí, lo que ofrece una mayor flexibilidad y capacidad de gestión.
- **Eficiencia:** Docker es más eficiente que la virtualización tradicional, ya que los contenedores comparten el mismo sistema operativo y sólo incluyen las dependencias necesarias para la aplicación.
- **Seguridad:** Docker ofrece un entorno aislado para las aplicaciones, lo que reduce el riesgo de problemas de seguridad y conflictos entre aplicaciones.

Dentro de nuestra imagen de Docker, decidimos ejecutar todo nuestro código sobre una Jupyter Notebook.

Jupyter Notebook se presenta como un entorno interactivo y abierto diseñado para la ciencia de datos y la programación. Su versatilidad y facilidad de uso lo han convertido en una herramienta esencial en el ámbito científico y de ingeniería, proporcionando un entorno interactivo basado en web que permite la creación y el uso compartido de documentos que contienen código, ecuaciones, visualizaciones y texto explicativo.

Características Destacadas:

- Integración de Código y Documentación: permite la ejecución de código en celdas individuales, lo que facilita la iteración y experimentación. Además, ofrece la posibilidad de incluir bloques de texto explicativo en formato Markdown, brindando una documentación clara y detallada junto con el código.
- Soporte Multiplataforma: Al ser basado en web, es independiente de la plataforma y puede ejecutarse en sistemas operativos como Windows, macOS y Linux, proporcionando una experiencia portátil.
- Visualización de Resultados en Tiempo Real: Permite la visualización inmediata de resultados, gráficos y datos tabulares. Esto es esencial para el análisis exploratorio de datos y la comprensión rápida de los resultados obtenidos en las simulaciones.
- Interactividad y Experimentación: Facilita la exploración interactiva de datos y la experimentación rápida con diferentes parámetros o enfoques. En el contexto de nuestro proyecto, esta capacidad es crucial para ajustar y mejorar la implementación de los métodos numéricos utilizados.
- Colaboración: permite la creación de documentos completos que pueden compartirse fácilmente. Esto fomenta la colaboración entre los miembros del equipo y facilita la presentación de resultados a través de informes autocontenidos.

En el marco de nuestro proyecto, Jupyter Notebook se convierte en un aliado clave. La combinación de código, resultados y explicaciones detalladas en un solo documento mejora la comprensión y reproducción de nuestras simulaciones. La capacidad de visualización en tiempo real también facilita la validación y ajuste de los modelos implementados, fortaleciendo así la robustez y la transparencia de nuestro trabajo.

Docker Hub: se presenta como un repositorio en la nube para contenedores Docker, funcionando de manera análoga a un repositorio de código fuente como Git, pero para entornos de contenedores. En este repositorio centralizado, los desarrolladores pueden almacenar, compartir y acceder a imágenes de contenedores, lo que facilita la distribución y reproducción de entornos de ejecución de aplicaciones en diferentes sistemas y plataformas. Además, Docker Hub integra herramientas que permiten la colaboración eficiente y el control de versiones, ofreciendo una solución completa para el manejo de contenedores Docker.

4.2 Descripción de las bibliotecas y herramientas de Python utilizadas en el proyecto.

Es importante señalar que el objetivo de esta PPS no reside en proporcionar una introducción exhaustiva a Python, sin embargo sí creo indispensable detallar las herramientas y bibliotecas instaladas de dicho lenguaje en nuestra imagen de Docker.

- Pyvista versión 0.37.0: es una biblioteca de visualización 3D que facilita la representación gráfica de datos y mallas generadas en proyectos científicos y de ingeniería. Proporciona una interfaz fácil de usar para crear visualizaciones interactivas y ofrece diversas herramientas para personalizar la apariencia y explorar los datos en tres dimensiones.
- FEniCS-DOLFINX versión 0.7.2: es una biblioteca de código abierto para la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante el enfoque de elementos finitos. Permite la formulación y resolución eficiente de problemas complejos utilizando una interfaz de alto nivel. FEniCS-DOLFINX se utiliza ampliamente en aplicaciones científicas y de ingeniería para simular y analizar diversos fenómenos físicos.
- Matplotlib versión 3.6.3: es una biblioteca de visualización de datos en Python que ofrece una amplia gama de herramientas y funciones para crear gráficos

y visualizaciones de alta calidad. Es ampliamente utilizada en la comunidad científica y de ingeniería debido a su flexibilidad y capacidad para generar una amplia variedad de gráficos, desde simples gráficos de líneas hasta visualizaciones tridimensionales complejas.

- Meep versión 1.0.6: es un paquete de software utilizado para la simulación electromagnética basado en el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD, por sus siglas en inglés). Permite modelar y analizar fenómenos electromagnéticos en diversos sistemas y estructuras, desde dispositivos ópticos hasta guías de ondas y antenas, brindando información detallada sobre la propagación y el comportamiento de las ondas electromagnéticas.
- Meshio versión 5.3.4: es una biblioteca que facilita la importación y exportación de mallas generadas en diferentes formatos. Esto es especialmente útil en proyectos donde se utilizan diferentes programas de simulación y visualización, ya que permite la interoperabilidad y el intercambio de datos de malla entre diferentes plataformas.
- Mpi4py versión 3.1.4: es una interfaz de Python para programación paralela utilizando el estándar MPI (Message Passing Interface). Permite ejecutar cálculos en paralelo utilizando múltiples procesadores o clústeres, lo cual acelera significativamente el rendimiento de los cálculos en aplicaciones científicas e ingenieriles.
- Numpy versión 1.23.3: es una biblioteca esencial en Python para cálculo numérico y manipulación eficiente de arreglos multidimensionales.
- Cytoolz versión 0.12.1: es una biblioteca de Python que ofrece un conjunto de funciones de alto rendimiento para el procesamiento de datos y la manipulación de secuencias. Está diseñada para ser utilizada en aplicaciones que requieren operaciones eficientes en grandes conjuntos de datos, como

filtrado, mapeo, reducción y transformaciones avanzadas. Cytoolz proporciona una interfaz fácil de usar y se basa en las herramientas y conceptos de la biblioteca de Python "toolz".

- DeepInverse: es una biblioteca basada en Pytorch para resolver problemas de imágenes inversas con deep learning.
- Pygmsh: es una biblioteca de Python que ofrece una interfaz de alto nivel para crear geometrías y mallas para simulaciones de elementos finitos. Funciona como un envoltorio de Python alrededor de Gmsh, un software de generación de mallas de código abierto. Pygmsh simplifica la creación de geometrías complejas y la generación de mallas de alta calidad al proporcionar una interfaz más amigable en Python.
- PETSc: es una biblioteca de software de código abierto diseñada para facilitar la implementación eficiente de solvers para problemas de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) en arquitecturas de computadoras paralelas y distribuidas.

4.3 Guía paso a paso sobre cómo configurar el entorno de desarrollo y ejecutar las simulaciones utilizando Docker.

En esta sección, se detalla los procedimientos para crear, ejecutar y subir al repositorio imágenes de Docker, explicando cada detalle y comando utilizado.

Nuestro aporte al proyecto, comenzó utilizando como base una imagen de docker ya existente, desarrollada por FEniCS Project, ya que dicha imagen contenía lo necesario para poder utilizar la biblioteca DOLFINX. Luego, ya con dicha herramienta, creamos nuestra propia imagen, a la que le agregamos las herramientas mencionadas en la anterior sección.

Comando utilizado para comenzar:

```
docker run --init -ti -p 8888:8888 dolfinx/lab:stable
```

"docker run": es el comando principal de Docker que se utiliza para ejecutar un contenedor a partir de una imagen.

"--init": esta opción se utiliza para asegurarse de que se ejecuta un proceso de iniciación dentro del contenedor. Esto ayuda a garantizar que el contenedor se detendrá correctamente cuando se detenga el proceso principal.

"-ti": estas opciones se utilizan para indicar que se desea iniciar una sesión interactiva en el contenedor (-t) y que se desea asignar un terminal (-i) para interactuar con el contenedor.

"-p 8888:8888": esta opción se utiliza para mapear el puerto 8888 del contenedor al puerto 8888 del sistema host. Esto permite acceder a la aplicación que se ejecuta dentro del contenedor a través del puerto 8888 del sistema host.

"dolfinx/lab:stable": esta es la imagen de Docker que se utilizará para crear y ejecutar el contenedor. En este caso, se está utilizando la imagen "dolfinx/lab:stable", que es una imagen de Docker para un entorno de laboratorio de ciencias e ingeniería basado en JupyterLab.

El comando mencionado se utiliza para crear y ejecutar un contenedor a partir de la imagen "dolfinx/lab:stable", y permite acceder a la aplicación que se ejecuta dentro del contenedor a través del puerto 8888 del sistema host. El uso de la opción "--init" ayuda a garantizar que el contenedor se detendrá correctamente cuando se detenga el proceso principal, y las opciones "-ti" permiten iniciar una sesión interactiva en el contenedor y asignar un terminal para interactuar con él.

Luego, creamos nuestra propia imagen y la subimos a Docker Hub de la siguiente manera:

1. Crear una cuenta en DockerHub e iniciar sesión.

2. Iniciar sesión en Docker Hub en la terminal con el siguiente comando:
“docker login”
3. Esto va a pedir que ingreses las credenciales de Docker Hub (nombre de usuario y contraseña) para iniciar sesión de manera local.
4. Etiqueta la imagen de Docker con el nombre de usuario y el nombre del repositorio de Docker Hub. Por ejemplo:

```
docker tag <LOCAL_IMAGE_NAME> <DOCKERHUB_USERNAME>/<REPO_NAME>:<TAG>
```

Donde <LOCAL_IMAGE_NAME> es el nombre de la imagen de Docker que deseas subir, <DOCKERHUB_USERNAME> es el nombre de usuario de Docker Hub y <REPO_NAME>:<TAG> es el nombre y la etiqueta que deseas usar para la imagen en Docker Hub.

5. Pushea la imagen etiquetada a Docker Hub con el siguiente comando:

```
docker push <DOCKERHUB_USERNAME>/<REPO_NAME>:<TAG>
```

6. Esperar a que se complete la subida de la imagen a Docker Hub. Una vez que se haya completado, podrás ver la imagen en la sección "Repositories" de la cuenta de Docker Hub.

Como ya se mencionó, Docker Hub funciona de manera análoga a Git, por lo que se procede a detallar una guía paso a paso de como subir y bajar (pull y push) una imagen.

Descargar una imagen de Docker Hub

1. En una terminal ingresar el siguiente comando:

```
docker pull <DOCKERHUB_USERNAME>/<REPO_NAME>:<TAG>
```

Donde `<DOCKERHUB_USERNAME>/<REPO_NAME>:<TAG>` es el nombre de la imagen que se desea descargar.

En nuestro caso: "docker pull computdiego/diegoluparello:nueva"

2. Una vez que la descarga esté completa, se puede correr la imagen con el comando docker run de la siguiente manera:

```
docker run -i -p <HOST_PORT>:<CONTAINER_PORT><DOCKERHUB_
USER_NAME>/<REPO_NAME>:<TAG>
```

En mi caso: "docker run -i -p 8888:8888 computdiego/diegoluparello:nueva"

Luego de docker run, el -i nos sirve para ejecutar la imagen en modo interactivo, -p para asignarle un puerto, `<HOST_PORT>` es el puerto de red del host que deseas asignar al puerto del contenedor `<CONTAINER_PORT>` y `<DOCKERHUB_USERNAME>/<REPO_NAME>:<TAG>` es el nombre de la imagen que deseas correr.

Pushear una imagen a Docker Hub

1. Se debe haber iniciado sesión en Docker Hub en la terminal usando el comando docker login. Ingresar el nombre de usuario y contraseña de Docker Hub cuando se solicite.
2. Verifica que la imagen que se desea actualizar esté correctamente etiquetada con el nombre de usuario de Docker Hub. Por ejemplo, si el nombre de usuario en Docker Hub es "myuser" y la imagen que deseas actualizar se llama "myimage", se debería etiquetar la imagen como myuser/myimage.
3. Cuando ya se hayan hecho los cambios, se comienza utilizando el comando docker commit de la siguiente manera:

```
docker commit <CONTAINER_ID> myuser/myimage:latest
```

Donde <CONTAINER_ID> es el ID del contenedor y myuser/myimage:latest es la etiqueta de la nueva imagen que se desea crear.

4. Empujar la imagen actualizada a Docker Hub con el comando docker push:

```
docker push myuser/myimage:latest
```

4.4 Integración de buenas prácticas de desarrollo de software, como el uso de docstrings para la documentación.

Los docstrings son cadenas de texto que se utilizan para documentar y describir el propósito, funcionamiento y uso de una función, clase, método o módulo en un lenguaje de programación. Los docstrings son una parte esencial de la programación orientada a objetos y la práctica de escribir código bien documentado y comprensible

Ventajas de usar Docstring:

- Documentación Integrada: Los docstrings se encuentran directamente en el código, lo que facilita la documentación integrada y accesible para los usuarios sin necesidad de consultar documentación externa.
- Claridad y Comprensión: Los docstrings proporcionan explicaciones claras y concisas sobre cómo usar una función o método, lo que ayuda a entender cómo interactuar con el código.
- Facilita la Colaboración: Al proporcionar información detallada en los docstrings, se fomenta la colaboración entre miembros de un equipo, ya que todos pueden entender rápidamente cómo utilizar y contribuir al código.
- Mejora el Mantenimiento: Los docstrings permiten entender el propósito original de una función o método, lo que facilita su mantenimiento, actualización y corrección de errores en el futuro.

- Generación Automática de Documentación: Las herramientas de generación de documentación, como Pydoc o Doxygen, pueden utilizar los docstrings para crear documentación técnica completa y coherente a partir del código fuente.

Pydoc: es una herramienta de línea de comandos en Python que permite acceder a la documentación interactiva y detallada de módulos, clases, funciones y métodos directamente desde la terminal. Esta herramienta extrae automáticamente información de los docstrings incorporados en el código fuente y la presenta en un formato legible.

Ventajas de usar pydoc:

- Acceso instantáneo desde Jupyter: pydoc permite a los usuarios acceder a la documentación directamente desde las celdas de código en Jupyter Notebook utilizando el símbolo "?". Esta característica ofrece un acceso inmediato a explicaciones detalladas y ejemplos, eliminando la necesidad de cambiar entre ventanas o pestañas para buscar información.
- Eficiencia en la resolución de problemas: En el proceso de depuración y solución de problemas, pydoc en Jupyter Notebook proporciona información vital sobre la funcionalidad y los parámetros de las funciones y métodos, lo que acelera la identificación y solución de errores.
- Facilita la colaboración en equipo: Al compartir Jupyter Notebooks con colegas o colaboradores, la capacidad de acceder a la documentación mediante pydoc garantiza que todos tengan acceso a explicaciones claras y precisas, lo que facilita la colaboración y el trabajo en equipo.
- Información actualizada en tiempo real: Al utilizar pydoc dentro de Jupyter Notebook, los docstrings vinculados al código se mantienen sincronizados automáticamente. Esto asegura que las explicaciones y ejemplos proporcionados estén siempre actualizados y relevantes, lo que resulta en un desarrollo más preciso y eficiente.
- Apoyo a la toma de decisiones informadas: La documentación rápida y accesible en Jupyter Notebook permite a los desarrolladores tomar

decisiones informadas al seleccionar y utilizar módulos, clases y funciones. Esto aumenta la calidad del código y reduce la posibilidad de errores debido a una comprensión insuficiente.

Pruebas unitarias: son fragmentos de código diseñados para evaluar de manera aislada y exhaustiva el correcto funcionamiento de componentes individuales del software. Este enfoque nos permite validar que cada parte de nuestro sistema cumple con las especificaciones previstas y se comporta según lo esperado.

La ventaja principal de las pruebas unitarias radica en su capacidad para detectar rápidamente posibles errores o cambios no deseados en el código a medida que evoluciona. Al automatizar estas pruebas, garantizamos una revisión constante de la integridad y confiabilidad de nuestro software, lo que contribuye a un desarrollo más robusto y de alta calidad. Además, las pruebas unitarias facilitan la identificación de problemas antes de la implementación en entornos más amplios, permitiendo correcciones tempranas y evitando posibles complicaciones a lo largo del ciclo de vida del proyecto.

5. Resultados

5.1 Descripción de cómo se obtienen los resultados, incluyendo la simulación a partir de una malla.

En el desarrollo de la simulación de tomografía por microondas, la obtención de resultados se lleva a cabo mediante un proceso que involucra la carga o generación de una malla, la definición de los medios implicados (acoplante y dispersor) y la aplicación de métodos numéricos, específicamente el Método de Elementos Finitos.

- Configuración Inicial y Definición de Parámetros: Se inicia configurando parámetros físicos esenciales, como π , la permeabilidad magnética del vacío (μ_0), y la permitividad eléctrica del vacío (ϵ_0). La elección de datos lo más cercanos a la realidad, son cruciales para la simulación.
- Configuración de la simulación y definición de modelos: Se establecen parámetros de simulación, como la frecuencia de operación y las propiedades dieléctricas de los medios acoplante y dispersores. Se definen los números de onda (k_b k_c k_d) para caracterizar la propagación de ondas electromagnéticas en los medios.
- Generación de Mallas y Definición de Medios: para este paso, existen dos caminos, pasar por parámetro una malla ya creada, o generar una nueva definiendo algunas características. La primera opción, nos da la posibilidad de utilizar una malla con solo dos medios (un dispersor y un acoplante) o una con tres medios (un acoplante y dos dispersores). Esta última, es la que se coincide con los tejidos humanos, respondiendo a nuestro objetivo, analizamos el tobillo, que contiene un acoplante (puede ser aire ya que en un tomógrafo normalmente el paciente ingresa su pie) y dos dispersores (uno para piel, grasas, musculos, tendones; y otro para el hueso propiamente dicho).
- Espacio de Funciones y Formulación Variacional: Se define el espacio de funciones asociado a la distribución de permitividad en la malla. La

formulación variacional se establece, describiendo las ecuaciones del problema electromagnético a resolver mediante el FEM.

- Resolución del Problema Lineal: Se utiliza un solver específico para resolver el problema lineal derivado de la formulación variacional. La solución numérica (uh) proporciona información detallada sobre el campo electromagnético en la región de interés.
- Evaluación de la Solución y Guardado de Resultados: Puntos estratégicos en el dominio son seleccionados para evaluar los valores de la solución numérica. Estos resultados se guardan en archivos XDMF, capturando distribuciones de permitividad y otros datos relevantes.
- Visualización de Resultados: PyVista se emplea para visualizar de manera efectiva la solución numérica, brindando una representación gráfica que facilita la interpretación y análisis de la respuesta electromagnética en el dominio simulado.

5.2 Estructura del software.

La herramienta desarrollada, tiene como finalidad generar un entorno que proporcione algoritmos de software libre para el modelado del problema directo en tomografía de microondas. Nuestro interés es promover la colaboración entre grupos que trabajen en este campo. Todo el material descrito en este trabajo se encuentra disponible de manera provisoria en el siguiente repositorio público².

El código se compone por algunas funciones de desarrollo propio y otras que utilizan librerías específicas, en todos los casos son librerías open-source. Para el cálculo por elementos finitos utilizamos la librería FEniCS [8], esta herramienta permite escribir de manera relativamente simple la formulación variacional de la Ec. 2. Es posible utilizar geometrías y mallas bastante generales (e.g.: irregulares) e inclusive provenientes de malladores específicos, tales como Gmsh³. Se aclara que que esta solución es armónica, es decir, es válida para una sola frecuencia.

Se desarrolló una gran librería, llamada *forward.py*.

² <https://github.com/rirastorza/Intro2MI>

³ <https://gmsh.info/>

- *forward.py*: Contiene todos los objetos y las funciones para simular el problema directo. Adicionalmente, posee funciones que permiten calcular soluciones analíticas de problemas canónicos, tales como: cilindro centrado en el origen excitado por una línea de corriente [9] o excitado por una onda plana [10]. Estos problemas son útiles para validar los métodos numéricos utilizados.

Las geometrías a utilizar, son arreglos de antenas circulares y dispersores de formas simples, aunque también es posible introducir modelos tipo CAD creados por malladores específicos como Gmsh. El campo eléctrico E_z , resultante del problema directo, es decir la salida del programa, es escrita en formato HDF5 (Hierarchical Data Format). Este formato está diseñado para almacenar y organizar grandes cantidades de datos y se pueden utilizar graficadores potentes como Paraview⁴.

5.3 Visualización de los resultados de las simulaciones y cómo se comparan entre los diferentes métodos numéricos estudiados.

La visualización y comparación de resultados son etapas cruciales para evaluar la eficacia de los métodos numéricos seleccionados. En este estudio, se emplearon varios métodos, destacando el Método de Elementos Finitos (FEM), Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) y Solución Teórica Exacta. A continuación, se presenta un análisis detallado de la visualización de resultados y la comparación entre estos enfoques.

1. Visualización de Resultados:

- Método de Elementos Finitos (FEM):
 - Detalle Anatómico: El FEM ofrece visualizaciones detalladas de la interacción de microondas con estructuras anatómicas complejas.
 - Flexibilidad Geométrica: Permite la representación visual precisa de tejidos biológicos, huesos y otras estructuras internas.
- Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD):

⁴ <https://www.paraview.org/>

- Representación Temporal Dinámica: Las visualizaciones FDTD capturan la dinámica temporal de la propagación de ondas electromagnéticas.
- Evolución Temporal: Proporciona secuencias visuales que muestran la evolución temporal de fenómenos en constante cambio.
- Solución Teórica Exacta:
 - Referencia de Validación: Las visualizaciones teóricas exactas sirven como referencia para validar la precisión de los resultados numéricos.
 - Limitaciones Geométricas: Su aplicabilidad visual se limita a casos simples, pero ofrece una base para comparaciones.

2. Comparación entre Métodos Numéricos:

- Adaptación Geométrica:
 - Tanto FDTD como FEM, destacan en la representación detallada de estructuras anatómicas complejas.
- Dinámica Temporal:
 - *FEM*: Proporciona resultados precisos pero con menos énfasis en la dinámica temporal.
 - *FDTD*: Sobresale en capturar la evolución temporal de ondas electromagnéticas.
- Validación con Solución Teórica:
 - Ambos métodos FEM y FDTD permiten comparaciones visuales y cuantitativas con la solución teórica exacta.
 - La solución teórica exacta sirve como punto de referencia para confirmar la validez de los resultados numéricos.

5.4 Resultados de las Simulaciones

A continuación se muestran diferentes simulaciones, junto a sus contextos, diferentes variaciones y resultados.

La primera simulación, se realiza con una malla precargada, que contiene un cilindro centrado (objeto dispersor) con radio de 2.0, dentro de una caja con aire (objeto acoplante).

La simulación se realiza con las mallas en formato .msh, y las geometrías de estas están distribuidas en formato .geo; para esto, se generó un script de python (ver Fig. 3) que convierte el archivo para poder utilizarlo en nuestro proyecto. También, se muestra el script de python (ver Fig. 4), con las instancias correspondientes y la carga de la malla. De esta última, a modo informativo, se muestra el archivo .geo (ver. Fig 5), con la descripción de los datos que contiene. De las 16 antenas transmisoras, se selecciona para este ejemplo la número 4.

```
from __future__ import print_function

import os
import numpy as np
from scipy.constants import epsilon_0, pi

filename = 'modelo_prueba'
string = "gmsh -2 -clmax 20.e-3 "+filename+".geo"
os.system(string)

string = "dolfin-convert "+filename+".msh "+filename+".xml"
os.system(string)
```

Figura 3. Script que convierte malla .geo en .msh.

```
#Ejemplo de malla modelo_prueba que tiene 2 medios
cilindro1 = SCATTERER_parameters(malla_='modelo_prueba.msh')
acoplante1 = ACOPLANTE_parameters() #instanciacion de objeto acoplante
trans1 = TRANSMISOR_parameters() #instanciacion de objeto transmisor
receptor1 = RECEPTOR_parameters() #instanciacion de objeto receptor

#Llamado a la funcion runFem
runFem(cilindro1, cilindro2, acoplante1, trans1, receptor1, tx, caja1)
```

Figura 4. Instancia de objetos y llamado a la función runFem()

```
1 //+
2 SetFactory("OpenCASCADE");
3 sx = 14.0;//longitud de la caja en x
4 sy = 14.0;//longitud de la caja en y
5 r = 2.0;//radio del cilindro
6 Rectangle(1) = {-sx/2, -sy/2, 0, sx, sy, 0};
7 Disk(2) = {0, 0, 0, r, r};
8 BooleanDifference(3) = { Surface{1};Delete;}{Surface{2}};
9
10
11 Physical Surface(1) = {3};//medio de acoplamiento
12 Physical Surface(2) = {2};//cilindro
13
14 Physical Line(10) = {6,7,8,9};//cilindro
15
16 Mesh.CharacteristicLengthMax = 0.2;
17
```

Figura 5. Características físicas de la malla precargada.

Luego de la carga de datos, la instancia de los objetos y el llamado a la función, se generan los resultados de la simulación.

- Resultados XDMF para la función uh de la malla precargada (ver Fig. 6). Este campo representa la solución numérica obtenida para la propagación de ondas electromagnéticas en la configuración del cilindro dentro de la caja. La visualización de uh proporciona información detallada sobre la distribución de las ondas en el dominio simulado. Se utilizó software Paraview para graficar.

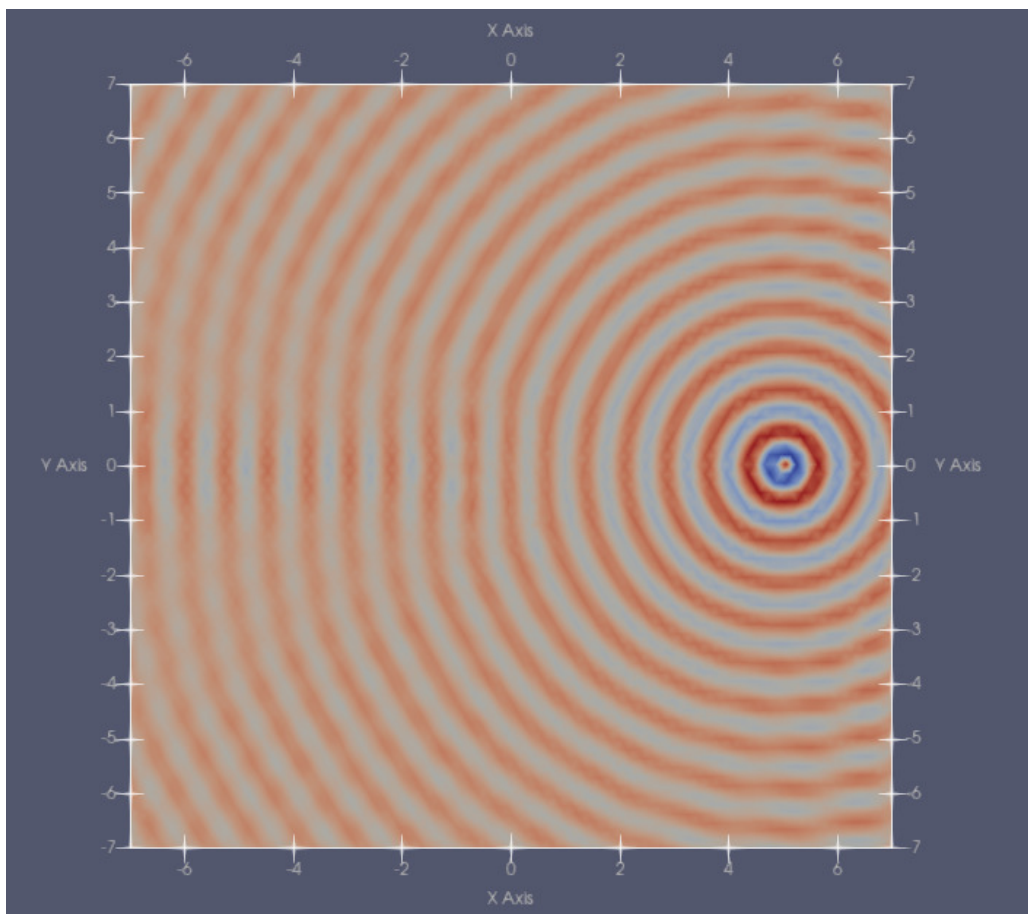


Figura 6. Resultado de graficado de parte real de uh en Paraview.

- Resultados XDMF para ϵ_c . La siguiente imagen (ver **Fig. 7**) muestra la distribución de la permitividad eléctrica ϵ_c en la malla precargada. Este campo refleja las propiedades del medio dispersor en el escenario de simulación. La variación en la permitividad a lo largo de la malla proporciona información crucial sobre cómo el medio interactúa con las ondas electromagnéticas.

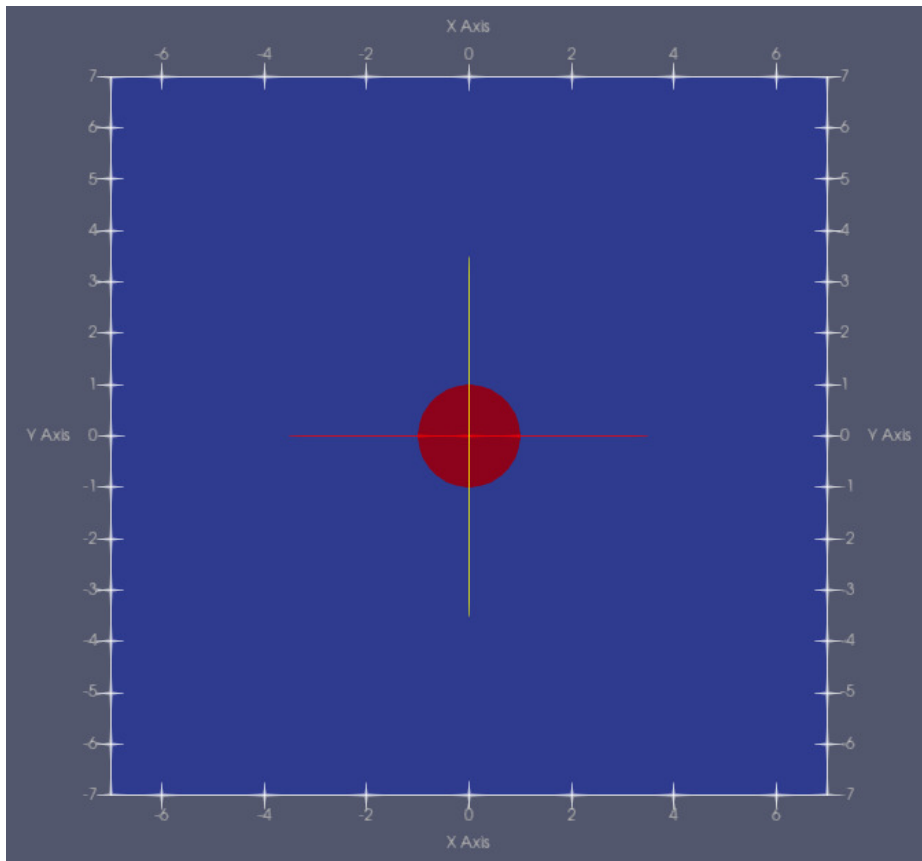


Figura 7. Resultado de graficado de ϵ_c en Paraview.

- Resultados que muestra PyVista para u_h (ver Fig. 8). PyVista ofrece una perspectiva interactiva de la simulación, permitiendo la exploración detallada de la propagación de ondas en el cilindro dentro de la caja. Las propiedades espaciales y la amplitud de la onda se representan claramente, facilitando la comprensión visual de los fenómenos electromagnéticos.

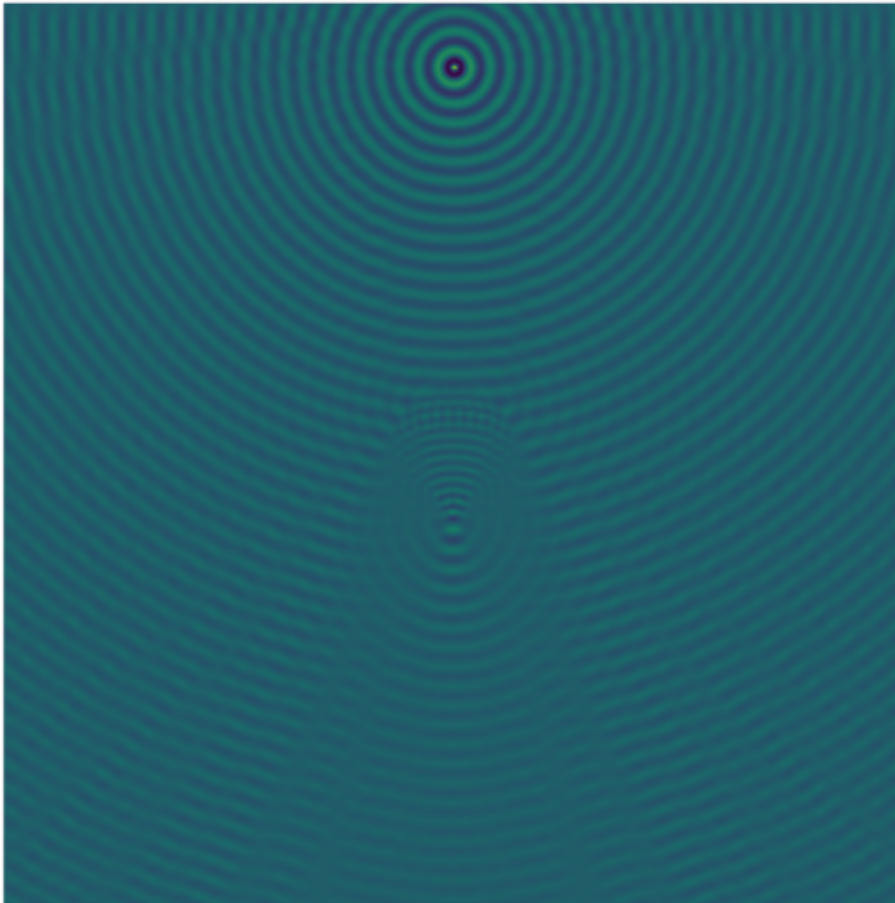


Figura 8. Resultado de graficado de uh en PyVista.

- Imagen de la Malla Graficada por Gmsh para Malla Precargada (ver [Fig. 9](#)). En la figura siguiente se muestra la representación gráfica de la malla precargada generada por el software Gmsh. Esta malla define la geometría del cilindro dentro de la caja y proporciona el contexto espacial para la simulación numérica. La estructura de la malla influye en la precisión y resolución de los resultados obtenidos mediante FEM.

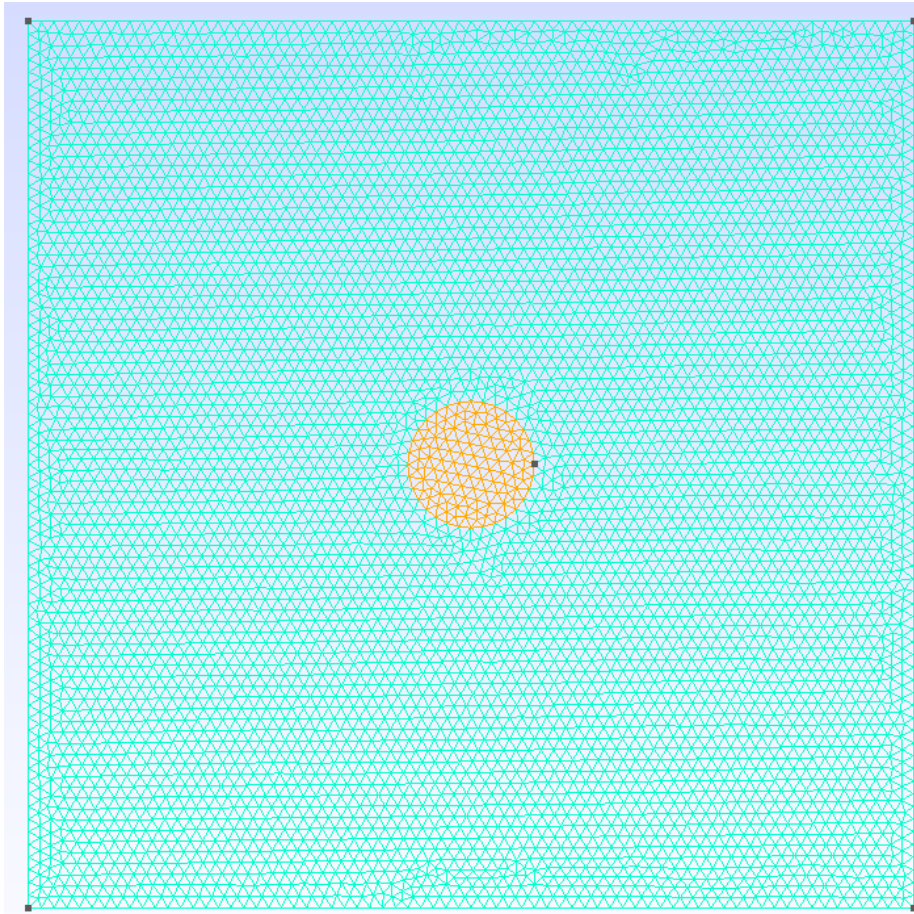


Figura 9. Malla graficada con software Gmsh

La segunda simulación que se muestra, se realiza sin cargar una malla. En este caso, el software detecta que la malla no existe (sss.msh no se encuentra en la ruta cargada), y crea una nueva, que contiene un cilindro centrado (objeto dispersor) dentro de una caja con aire (objeto acoplante).

Se muestra el script de python (ver [Fig. 10](#)), con la carga de datos correspondiente. Simulamos un cilindro centrado en el origen, con 1m de radio, ϵ_r de 3.1 y ϵ de 0.0 (sin conductividad). El arreglo de antenas es circular con 16 receptores en un radio de 3m y los 16 transmisores en uno de 6m; se selecciona la antena transmisora número 12. El medio de acoplamiento es aire y el dominio total simulado es de 14 m de lado.

```
#Ejemplo de malla nula que crea una malla nueva de 2 medios
cilindro1 = SCATTERER_parameters(malla_='sss.msh', xc=0.0, yc=0.0)
cilindro1.epsr = 3.1
cilindro1.sigma = 0.0
cilindro1.radio = 1.0

acoplante1 = ACOPLANTE_parameters() #instanciacion de objeto acoplante
acoplante1.epsr = 1.0
acoplante1.sigma = 0.0

trans1 = TRANSMISOR_parameters() #instanciacion de objeto transmisor
trans1.f = 1.0e9 #frecuencia 1 GHz (por defecto)
trans1.rhos = 6.0 ##c/f #radio de transmisores
trans1.S = 16. #cantidad de transmisores (fuentes)

receptor1 = RECEPTOR_parameters() #instanciacion de objeto receptor
receptor1.f = 1.0e9 #frecuencia 1 GHz (por defecto)
receptor1.rhos = 3.0 ##c/f #radio de transmisores
receptor1.S = 16. #cantidad de transmisores (fuentes)

sx = 14.0;
sy = 14.0;
tx = 2;
caja1 = [sx, sy]
```

Figura 10. Instancia de objetos y parámetros de carga

Luego de la carga de datos, la instancia de los objetos y el llamado a la función, se generan los resultados de la simulación.

- Resultados XDMF para ϵc . (ver **Fig. 11**).

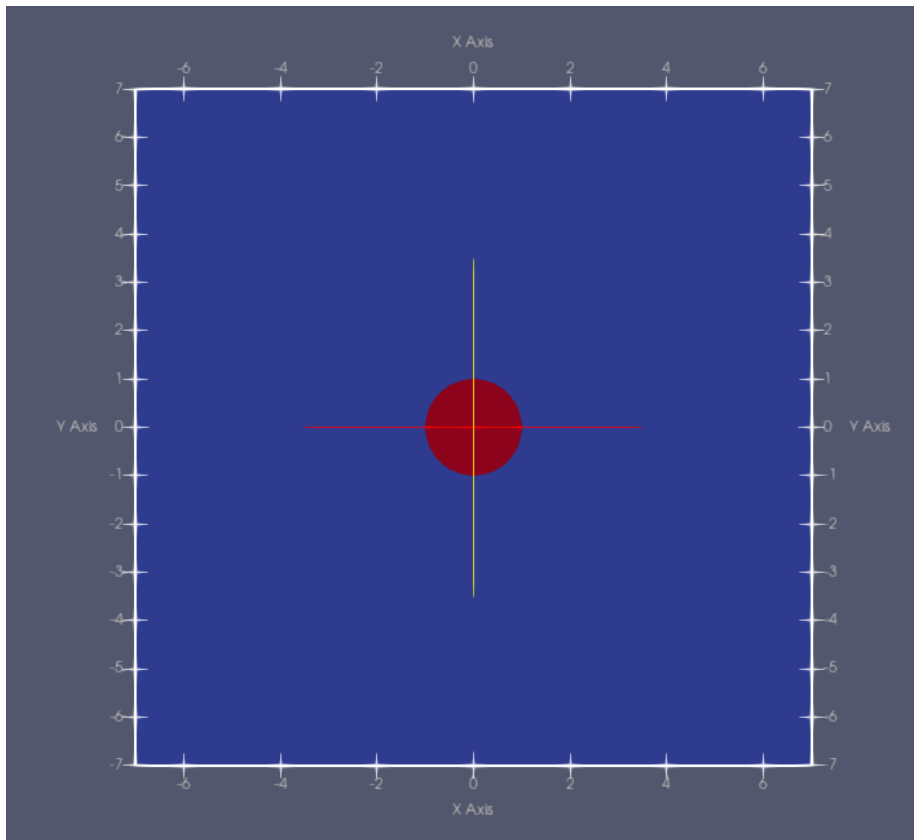


Figura 11. Resultado de graficado de ϵc en Paraview.

- Resultados que muestra PyVista para función uh (ver Fig. 12).

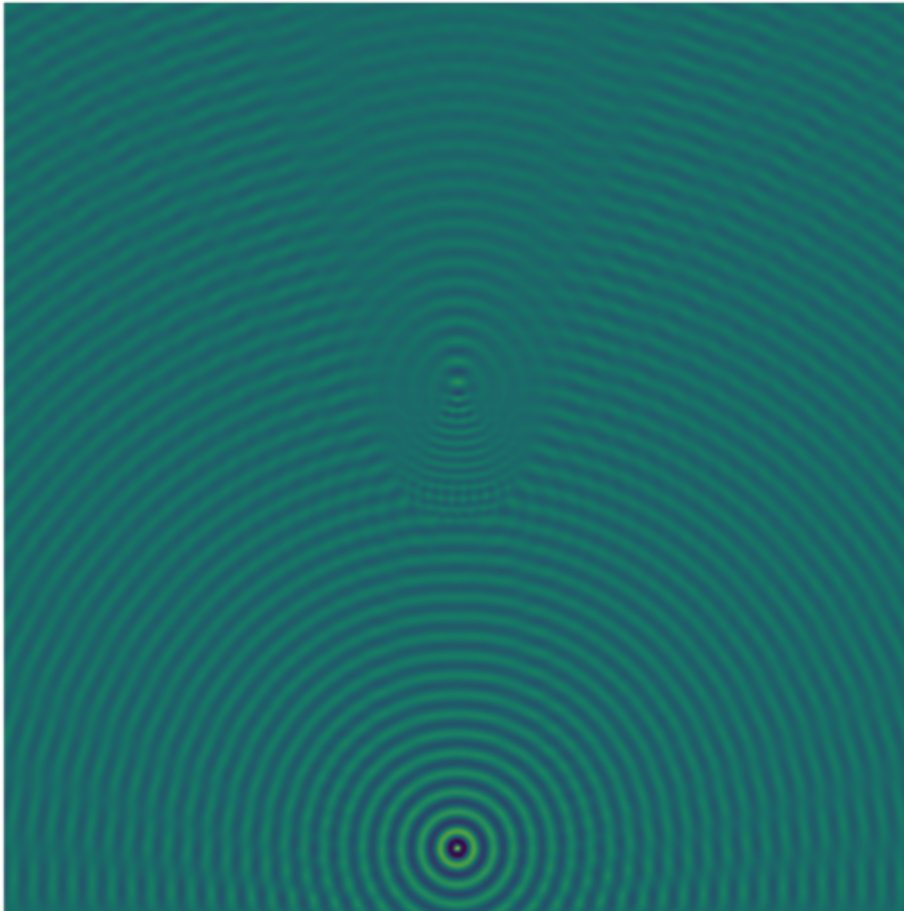


Figura 12. Resultado de graficado de u_h en PyVista.

- Imagen de la Malla Graficada por Gmsh para Malla Precargada (ver [Fig. 13](#)).

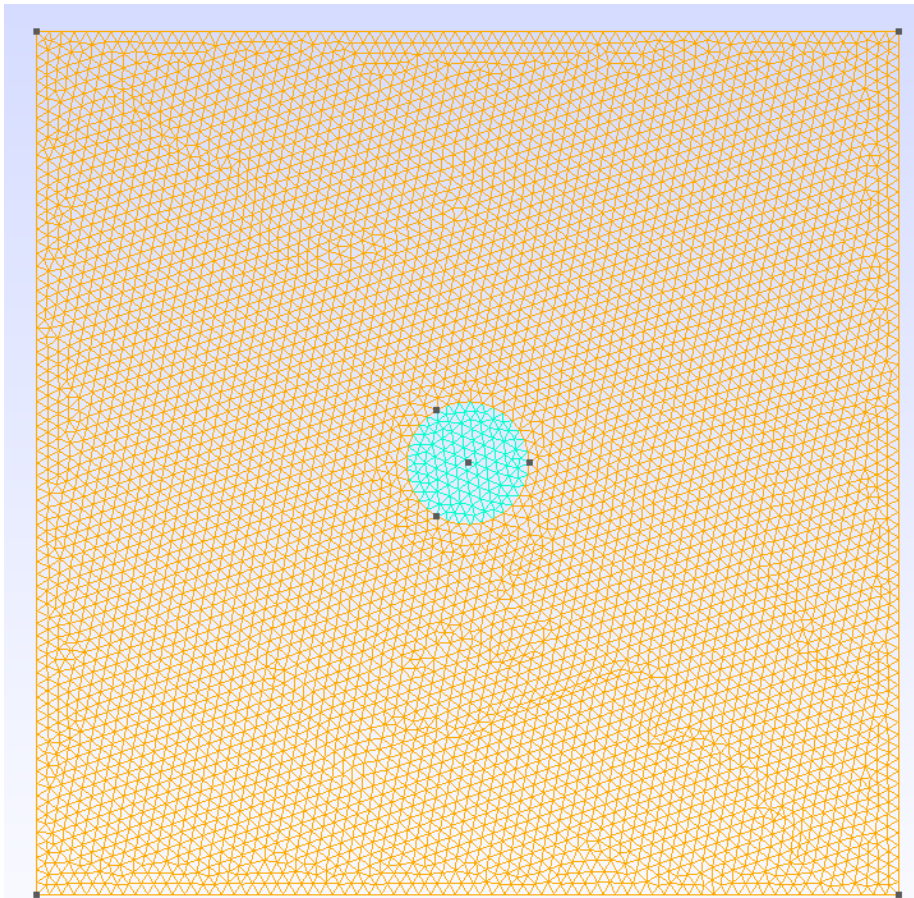


Figura 13. Malla graficada con software Gmsh

La tercera simulación, se realiza con las mismas configuraciones (ver [Fig. 14](#)) que la anterior, pero posicionada fuera del origen (1,-1). Se seleccionó la antena transmisora número 9.

```
#Ejemplo de malla nula que crea una malla nueva de 2 medios  
cilindro1 = SCATTERER_parameters(malla_='sss.msh', xc=1.0, yc=-1.0)  
cilindro1.epsr = 3.1  
cilindro1.sigma = 0.0  
cilindro1.radio = 1.0  
  
acoplante1 = ACOPLANTE_parameters() #instanciacion de objeto acoplante  
acoplante1.epsr = 1.0  
acoplante1.sigma = 0.0
```

Figura 14. Instancia de objetos y parámetros de carga con posicionamiento de cilindro en (1,-1)

Luego de la carga de datos, la instancia de los objetos y el llamado a la función, se generan los resultados de la simulación.

- Resultados XDMF para ϵ_c . (ver Fig. 15).

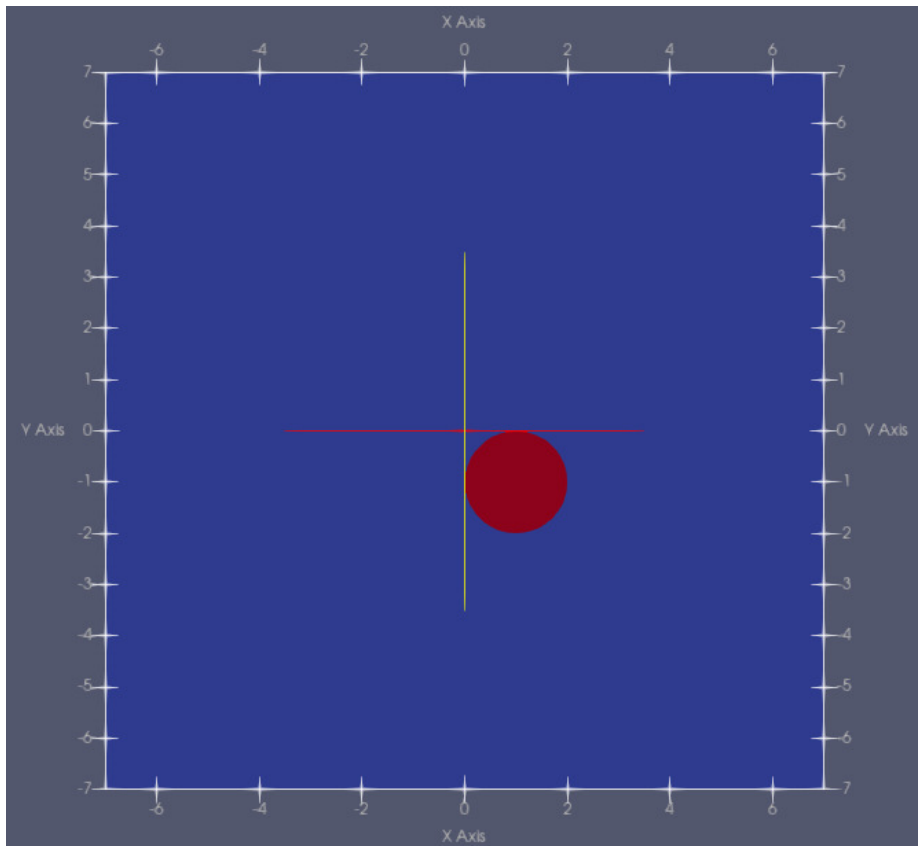


Figura 15. Resultado de graficado de ϵ_c en Paraview.

- Resultados que muestra PyVista para función u_h (ver Fig. 16).

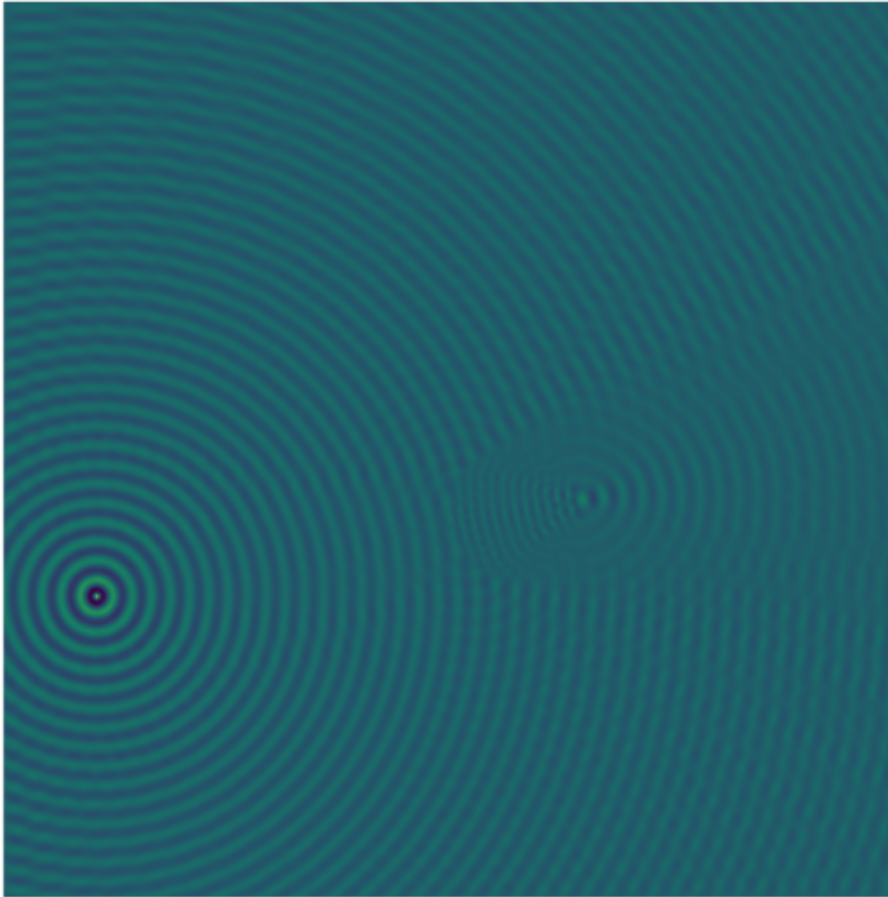


Figura 16. Resultado de graficado de uh en PyVista.

- Imagen de la Malla Graficada por Gmsh para Malla Precargada (ver [Fig. 17](#)).

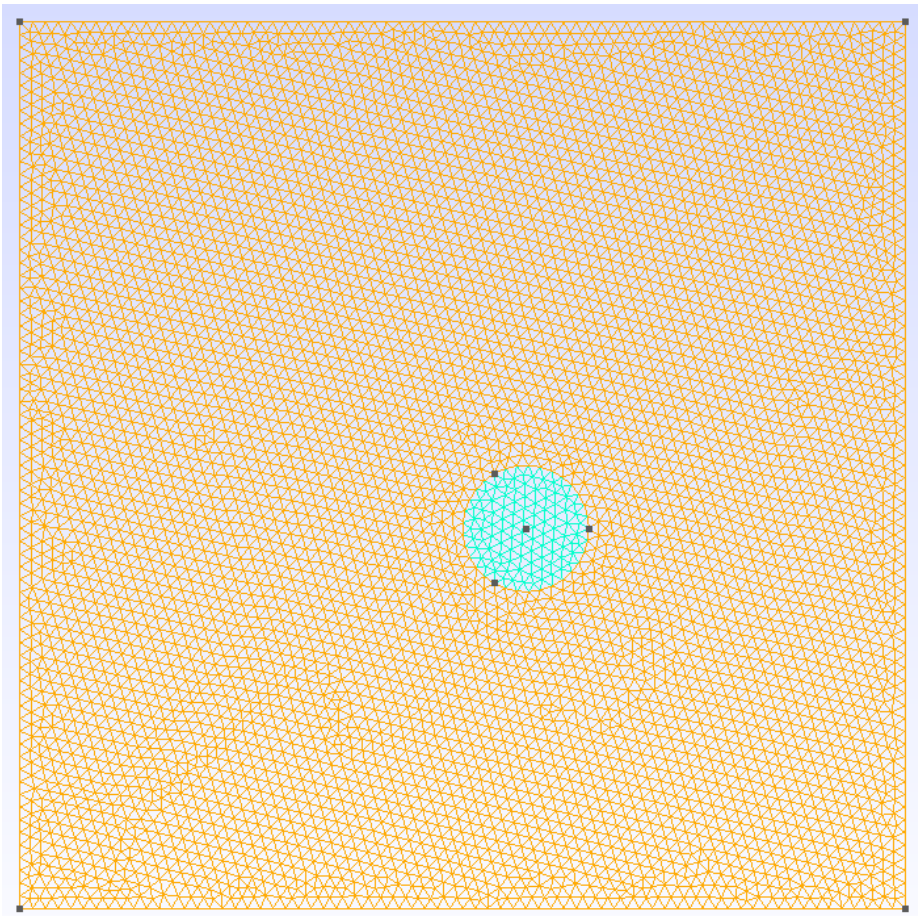


Figura 17. Malla graficada con software Gmsh

Por último, presentamos la simulación más importante del proyecto, que es cargando una malla real, con datos de un corte del hueso calcáneo de un pie humano (malla 'patient1_slice1.msh'). Tanto la malla como los valores de carga, se obtuvieron de un artículo científico [11]. Esta malla, contiene tres medios, dos dispersores (tejido humano y hueso) y un acoplante con baja conductividad.

Además de obtener los mismos resultados como solución (u_h y ϵ_c en xdmf y mostrar la malla) también se muestra el gráfico para u_h hecho por PyVista. Este graficador, ofrece una perspectiva interactiva de la simulación, permitiendo la exploración detallada de la propagación de ondas en el cilindro dentro de la caja. Las propiedades espaciales y la amplitud de la onda se representan claramente, facilitando la comprensión visual de los fenómenos electromagnéticos.

Se muestra el script de python (ver Fig. 18), con la carga de datos correspondiente. Simulamos dos dispersores con ϵ_r de 50.0 y ϵ de 0.7, correspondientes al tejido humano y el hueso, un acoplante con ϵ_r de 78.5 y ϵ de 0.1.

El arreglo de antenas es circular con 16 receptores en un radio de 0.075m y los 16 transmisores en uno de 0.075m. La antena transmisora seleccionada es la número 6.

```
#Ejemplo de malla modelo_prueba que tiene 3 medios (corte 1 de hueso calcaneo pie humano)
#instanciacion dispersor con ruta absoluta del .msh
cilindro1 = SCATTERER_parameters(malla_='patient1_slice1.msh', xc=0.0, yc=0.0)

#Ejemplo de malla nula que crea una malla nueva de 2 medios
cilindro1.epsr = 50.0
cilindro1.sigma = 0.7

cilindro2 = SCATTERER_parameters2() #Instanciacion de segundo dispersor
cilindro2.epsr = 50.0
cilindro2.sigma = 0.7

acoplante1 = ACOPLANTE_parameters() #instanciacion de objeto acoplante
acoplante1.epsr = 78.5
acoplante1.sigma = 0.1
```

Figura 18. Instancia de objetos y parámetros de carga

Luego de la carga de datos, la instancia de los objetos y el llamado a la función, se generan los resultados de la simulación.

- Resultados XDMF para la función uh de la malla generada centrada en el origen (ver Fig. 19).

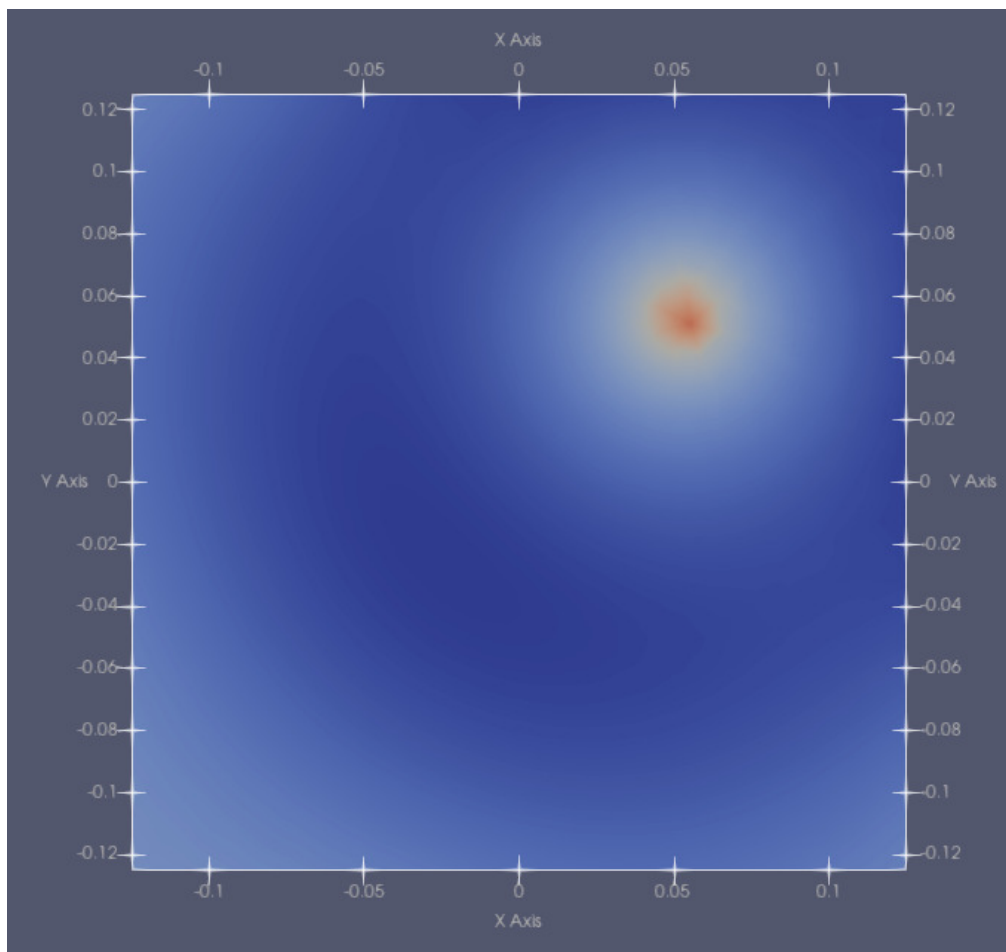


Figura 19. Resultado de graficado de uh en Paraview.

- Resultados XDMF para εc . (ver [Fig. 20](#)).

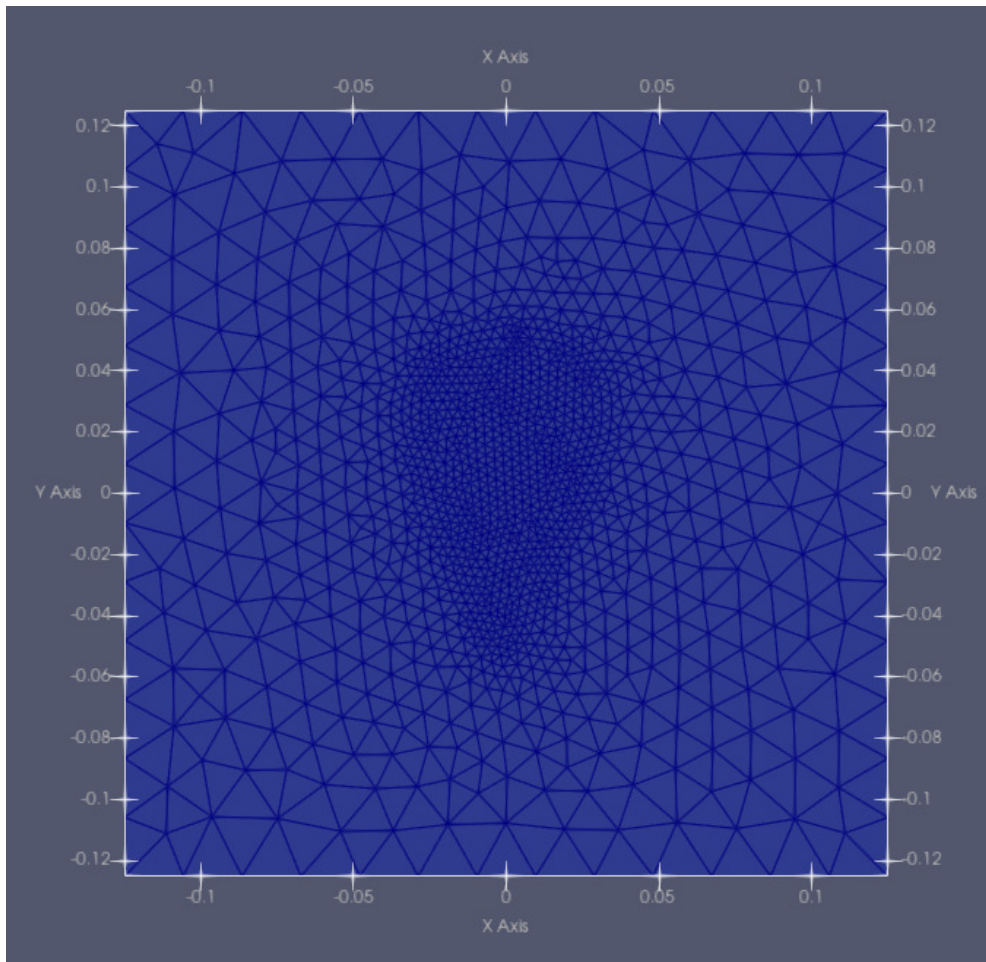


Figura 20. Resultado de graficado de ϵ_c en Paraview.

- Resultados que muestra PyVista para función u_h (ver Fig. 21).

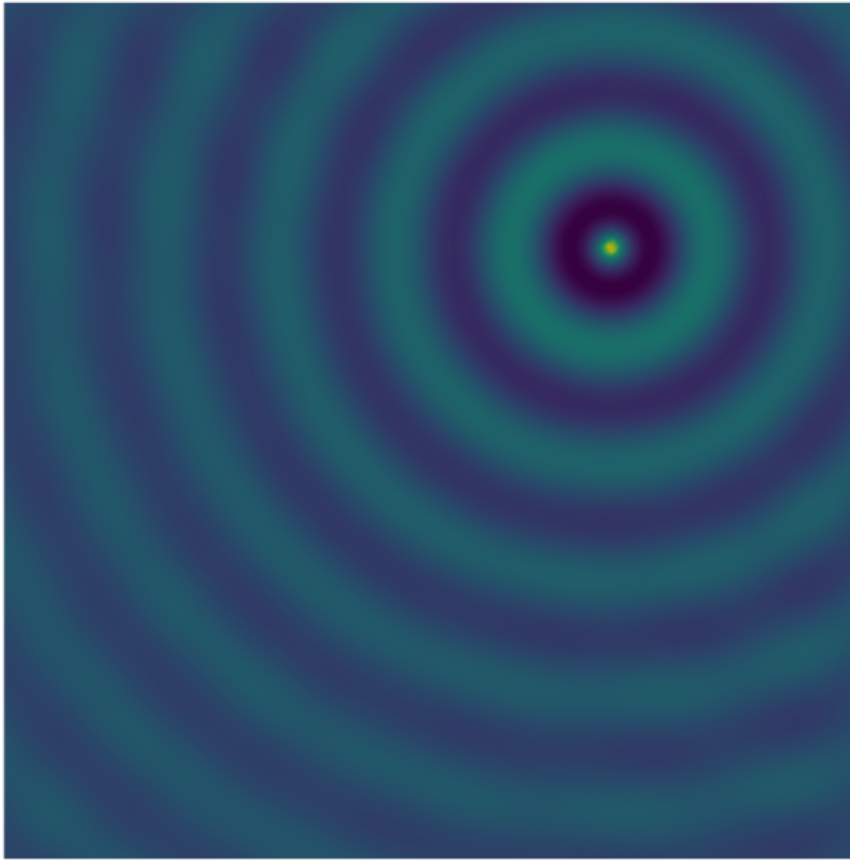


Figura 21. Resultado de graficado de uh en PyVista.

- Imagen de la Malla Graficada por Gmsh para Malla Precargada (ver [Fig. 22](#)).

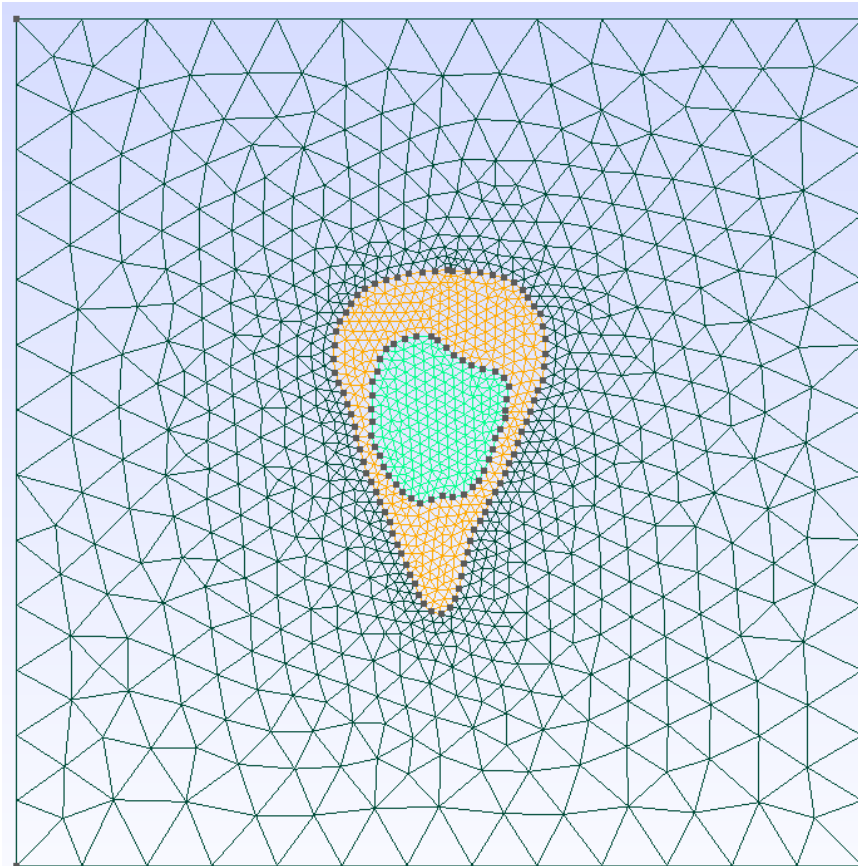


Figura 22. Malla graficada con software Gmsh

Por último, simulamos utilizando los mismos parámetros que la simulación anterior, pero utilizando otra malla de otro corte de tobillo humano. También se varía el número de antena utilizada ($t_x = 9$).

- Resultados XDMF para la función uh de la malla generada centrada en el origen (ver [Fig. 23](#)).

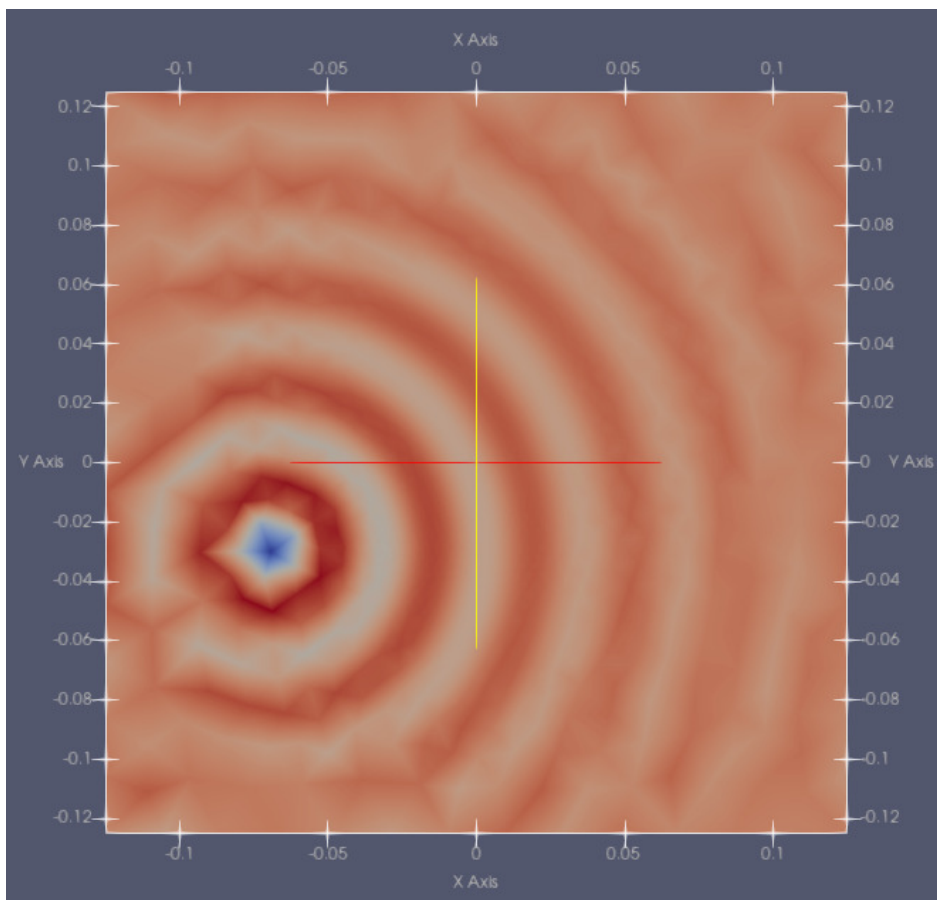


Figura 23. Resultado de graficado de u_h parte imaginaria en Paraview.

- Resultados XDMF para ϵ_c . (ver [Fig. 24](#)).

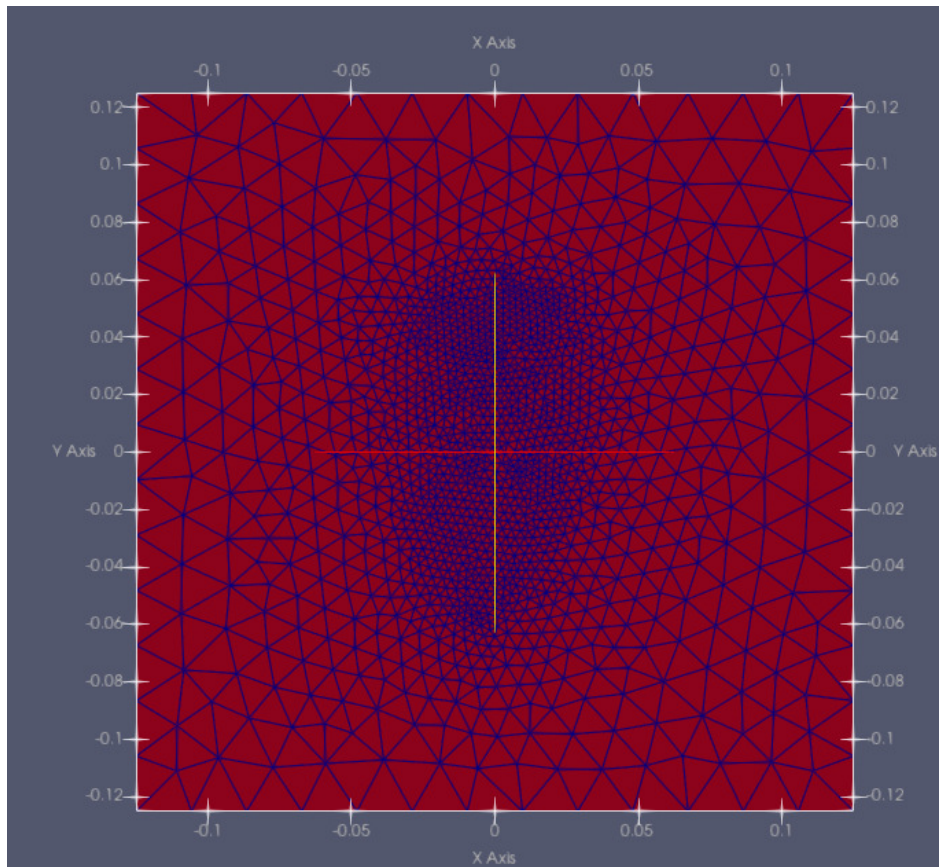


Figura 24. Resultado de graficado de ϵ_c parte real en Paraview.

- Resultados que muestra PyVista para función u_h (ver Fig. 25).

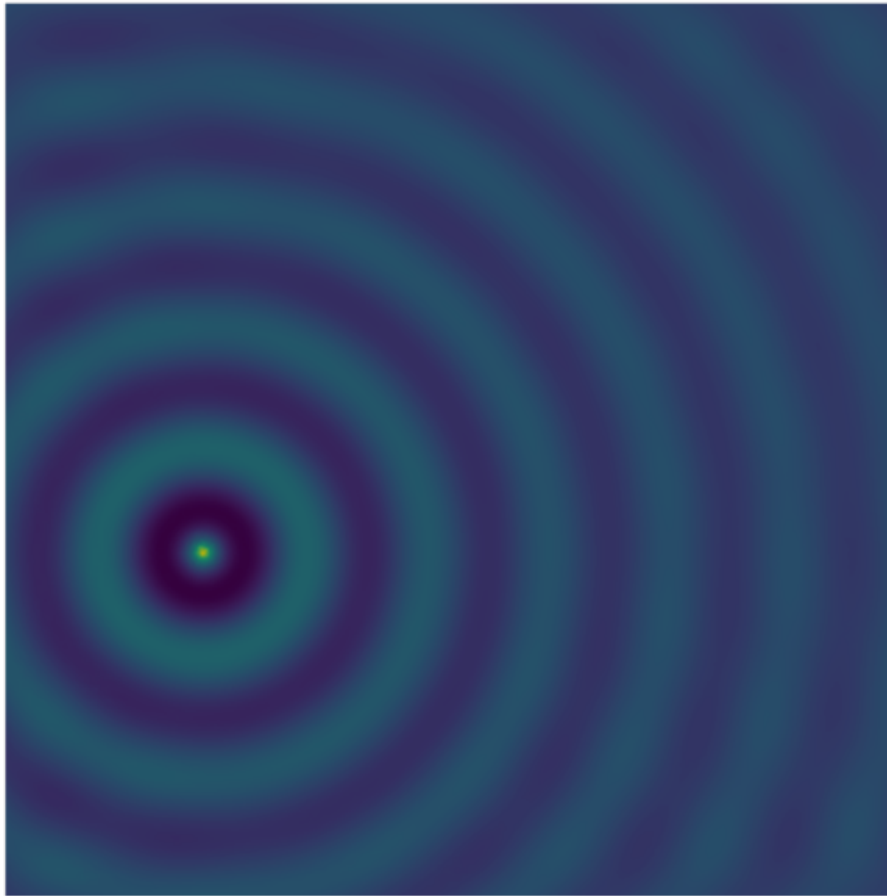


Figura 25. Resultado de graficado de uh en PyVista.

- Imagen de la Malla Graficada por Gmsh para Malla Precargada (ver [Fig. 26](#)).

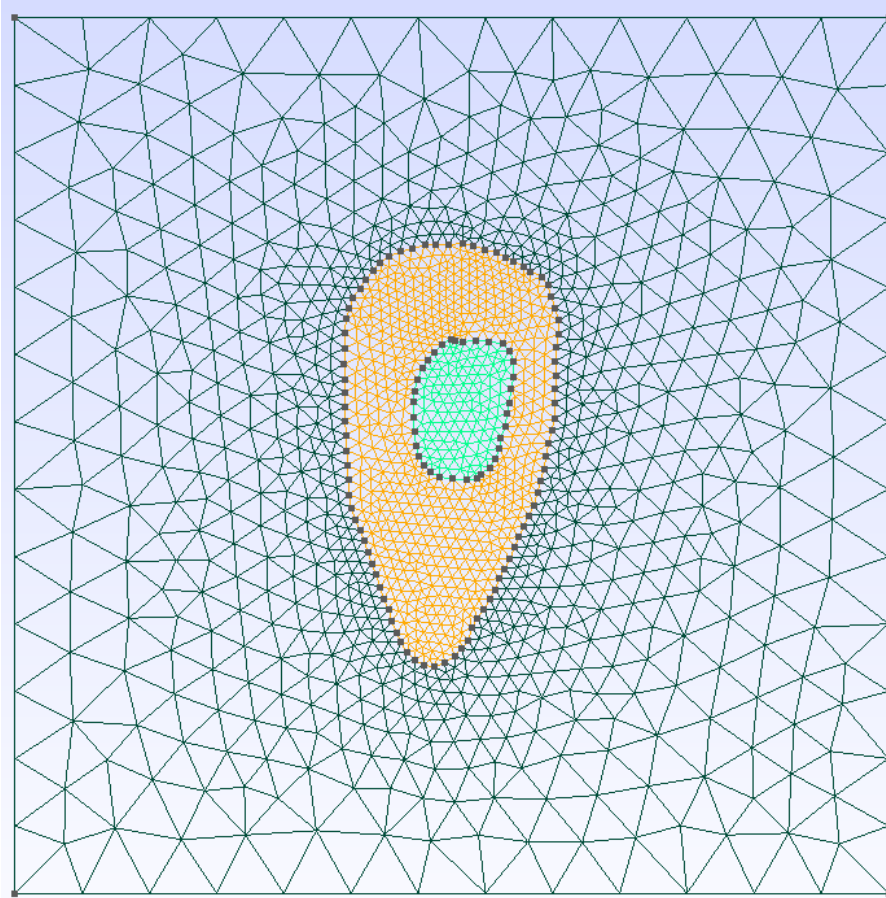


Figura 26. Malla graficada con software Gmsh

5.5 Inclusión de ejemplos prácticos de simulaciones de tomografía de microondas utilizando el módulo de Elementos Finitos.

La inclusión de ejemplos prácticos de simulaciones de tomografía de microondas utilizando el módulo de Elementos Finitos es esencial para comprender la aplicación concreta de la técnica. A través de estos ejemplos, los usuarios pueden visualizar cómo se implementa el Método de Elementos Finitos (FEM) en el contexto de la tomografía por microondas y cómo afecta la calidad y precisión de los resultados obtenidos.

Cada ejemplo práctico se ha diseñado para abordar aspectos específicos y relevantes en el campo de la bioingeniería y la medicina. Estos escenarios prácticos proporcionan un enfoque detallado sobre cómo el módulo de Elementos Finitos puede ser utilizado para simular la interacción de microondas con tejidos biológicos, permitiendo la reconstrucción de imágenes tomográficas bidimensionales.

Los ejemplos prácticos abarcan desde simulaciones básicas hasta casos más complejos, brindando a los usuarios la oportunidad de adquirir experiencia gradualmente. Además, se incluyen comentarios y explicaciones detalladas en el código, utilizando marcadores y markdowns en el entorno Jupyter Notebook, para guiar a los usuarios a través de cada paso del proceso de simulación.

La diversidad de ejemplos prácticos cubre áreas clave, como la variación en las propiedades dieléctricas de los tejidos, la influencia de diferentes geometrías de objetos dispersores y la comparación de resultados entre el Método de Elementos Finitos y otros métodos numéricos, como el Método de los Momentos y el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo.

Estos ejemplos no sólo demuestran la versatilidad y aplicabilidad del módulo de Elementos Finitos en la tomografía por microondas, sino que también sirven como herramientas educativas valiosas. Proporcionan conocimientos prácticos sobre cómo adaptar y aplicar estos conocimientos en diversas situaciones de investigación y clínicas, fortaleciendo la comprensión y capacidad de los usuarios para utilizar eficazmente el Método de Elementos Finitos en sus propios estudios y proyectos.

5.6 Comparativas con resultados conocidos y datos experimentales.

Para validar los resultados obtenidos con FEM, se los compara con una solución analítica conocida. En esta simulación, se configuraron los siguientes parámetros:

- Un cilindro, centrado en el origen, con 1m de radio, ϵ_r de 1.2.

- Un arreglo de antenas circular con 16 receptores en un radio de 3m y los 16 transmisores en uno de 6m.
- El medio de acoplamiento es aire y el dominio total simulado es de 14 m de lado.

Se muestran las importaciones, instancias, carga de datos y llamado a las dos funciones, runFem y luego EzCylinderLinesource, quien se ocupa de implementar la solución analítica de un cilindro excitado con una línea de corriente, en el mapa de permitividades discretizado en los métodos numéricos eps_data (ver [Fig. 27](#)).

```
from forward import *
import numpy as np
trans = TRANSMISOR_parameters()
trans.f = 400e6 #frecuencia [Hz]
trans.rhoS = 6.0 #radio de transmisores [m]
trans.S = 16 #cantidad de transmisores

receptor = RECEPTOR_parameters()
receptor.f = 400e6 #frecuencia [Hz]
receptor.rhoS = 3.0 #radio de receptores [m]
receptor.S = 32 #cantidad de receptores
acoplante = ACOPLANTE_parameters()
acoplante.f = 400e6
acoplante.epsr = 1.0
acoplante.sigma = 0.0

cilindro = SCATTERER_parameters()
cilindro.f = 400e6
cilindro.epsr = 1.2
cilindro.sigma = 0.0
cilindro.radio = 1.0 # radio en [m]
cilindro.xc = 0.0 # pos. x en [m]
cilindro.yc = 0.0 # pos. y en [m]
sx = 14.0
sy = 14.0
tx = 0 #antena transmisora
Ezfem,eps_data = RunFem(cilindro,acoplante,trans,
                        receptor,tx, [sx, sy])
Ezteoria = EzCylinderLinesource(eps_data,cilindro,
                                acoplante,trans,tx,deltaX)
```

Figura 27. Fragmento de código de simulación de FEM y solución analítica.

Respecto de las salidas, en todos los casos se nos devuelve la matriz compleja del campo eléctrico E_z en la caja discretizada y también el valor de la permitividad compleja simulada. En la Fig. 28 se muestran los resultados.

En la Fig. 28 (B) se dibujó la magnitud del campo eléctrico E_{zfem} cuando emite la antena $tx = 0$ y de fondo se grafica el cilindro simulado.

La Fig. 28 (C) muestra la magnitud del campo eléctrico en el eje z para el método numérico y el analítico, dibujados a lo largo del eje x para $y = 0$.

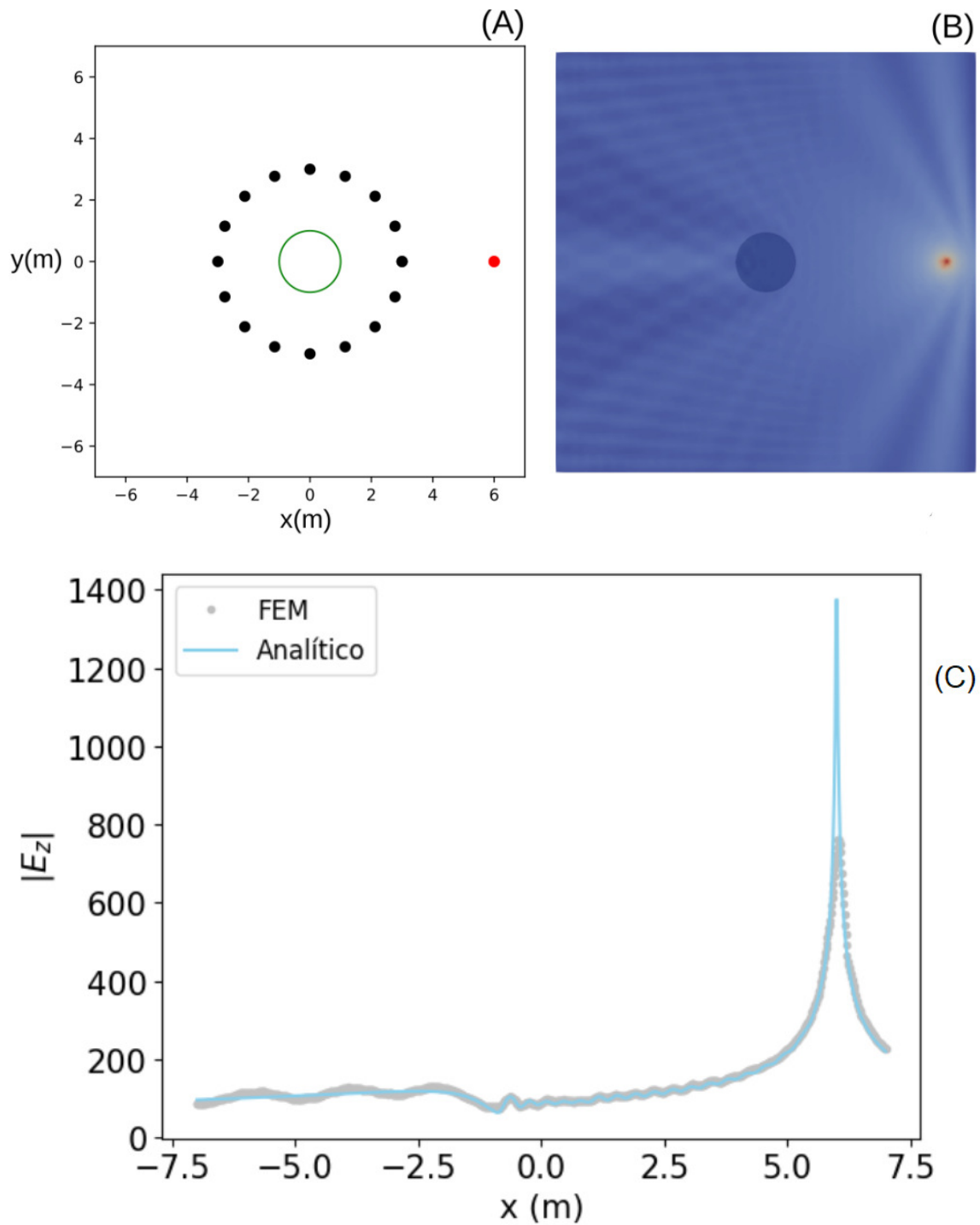


Figura 28. Comparación con modelo canónico: cilindro centrado en el origen. (A) Geometría simulada: radio del cilindro $r = 1$ m, ϵ_r de 1.2. Radio del arreglo receptor $R_r = 3$ m y transmisor $R_t = 6$ m. (B) Módulo del campo eléctrico total E_z simulado con FEM. (C) Comparación de los tres módulos $|E_z(y=0)|$, para el analítico y los numéricos usando FEM.

5.7 Descripción de la aplicación principal: análisis del hueso calcáneo del pie humano para prevenir enfermedades como la osteoporosis.

La aplicación principal de este proyecto se centra en el análisis exhaustivo del hueso calcáneo del pie humano, buscando prevenir enfermedades óseas, especialmente la osteoporosis. Ésta enfermedad, es una condición médica que debilita la densidad y la calidad de los huesos, representa un problema de salud significativo, con impactos importantes en la calidad de vida y la movilidad de quienes la padecen.

El hueso calcáneo, como componente clave de la estructura del pie humano, desempeña un papel crucial en la absorción y distribución de impactos durante la actividad física cotidiana. La tomografía por microondas se presenta como una herramienta innovadora para realizar un análisis detallado de este hueso, permitiendo evaluar la densidad ósea y la integridad estructural de manera precisa y no invasiva.

En particular, se ha llevado a cabo una simulación específica utilizando FEM para modelar la malla representativa del hueso calcáneo. Esta simulación proporciona conocimientos detallados sobre la distribución de la densidad ósea y otras características biomecánicas del hueso, ofreciendo información valiosa para comprender mejor su estado de salud. La representación numérica de la malla permite analizar aspectos microestructurales que pueden ser cruciales en la detección temprana de cambios patológicos.

La capacidad de realizar simulaciones avanzadas en el hueso calcáneo, utilizando tanto el Método de Elementos Finitos como otros métodos numéricos, no sólo contribuye a la detección temprana de la osteoporosis, sino que también abre nuevas posibilidades para el desarrollo de estrategias de intervención personalizadas. Esta aproximación integral, combinando la modelización numérica con la avanzada tecnología de tomografía por microondas, posiciona este proyecto

como un referente en la aplicación de herramientas computacionales para la evaluación y prevención de enfermedades óseas en el contexto de la bioingeniería y la medicina.

5.8 Detalles sobre la creación del tutorial/software completo.

La creación del tutorial completo ha sido concebida como un componente esencial del proyecto, con el objetivo principal de proporcionar una guía exhaustiva y accesible para la realización de simulaciones de tomografía de microondas. Este tutorial se dirige a investigadores, estudiantes y profesionales de la salud, facilitando su acceso y comprensión de la técnica.

En su diseño, se ha dado prioridad a una estructuración didáctica y progresiva del contenido, aprovechando los markdown que nos permiten explicar el paso a paso de cada ejecución, y abarcando desde los fundamentos básicos hasta aplicaciones avanzadas de la tomografía por microondas. El enfoque es facilitar un aprendizaje efectivo y la adquisición de habilidades prácticas para los usuarios.

El tutorial se presenta en formato Jupyter Notebook, proporcionando una experiencia interactiva que permite a los usuarios explorar y comprender los conceptos a través de la ejecución directa de código. La estructura modular del tutorial, junto con comentarios detallados y markdowns explicativos, facilita la asimilación de información compleja.

Este recurso no se limita a una narrativa lineal; permite a los usuarios realizar simulaciones específicas según sus necesidades e intereses. Cada sección está diseñada para abordar un aspecto particular de la tomografía por microondas, desde la interacción de las ondas con los tejidos biológicos hasta la implementación de diferentes métodos numéricos, incluyendo el Método de Elementos Finitos (FEM), el Método de los Momentos y el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo.

El enfoque detallado en cada simulación, combinado con el formato interactivo del Jupyter Notebook, proporciona a los usuarios una comprensión profunda de los conceptos teóricos y la aplicación práctica de la tomografía por microondas. La inclusión de ejemplos prácticos y casos de estudio, realza la relevancia y el impacto potencial de esta técnica en el campo de la bioingeniería y la medicina.

Además, al estar desarrollado en un Jupyter Notebook, se presenta como una herramienta educativa dinámica y completa que va más allá de la presentación pasiva de información. Facilita un aprendizaje activo y la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos, permitiendo a los usuarios explorar, contribuir y comprender la tomografía por microondas a su propio ritmo y según sus necesidades específicas.

5.9 Aclaración del ámbito de investigación, centrándose en la bioingeniería y la medicina.

El ámbito de investigación se centra principalmente en la bioingeniería y la medicina. Estas disciplinas son áreas cruciales donde la tomografía por microondas puede desempeñar un papel significativo. La bioingeniería, al fusionar principios de la ingeniería con la biología, se beneficia de las capacidades de esta técnica para obtener imágenes detalladas de estructuras biológicas. En el contexto de la medicina, la tomografía por microondas ofrece una alternativa valiosa para la obtención de imágenes médicas, proporcionando una visión no invasiva y, a menudo, más accesible.

En el ámbito de la bioingeniería, la capacidad de realizar simulaciones detalladas de tomografía por microondas facilita el estudio de fenómenos complejos a nivel celular y estructural. Además, la bioingeniería se beneficia de la capacidad de analizar y visualizar con precisión regiones específicas de interés biológico, lo que puede tener implicaciones significativas en el diseño y desarrollo de dispositivos médicos y terapias.

En el ámbito médico, la tomografía por microondas presenta oportunidades para el diagnóstico y monitoreo de enfermedades de manera no invasiva. Se destaca la capacidad de analizar estructuras óseas, como el hueso calcáneo del pie humano, lo que contribuye a la detección temprana de condiciones como la osteoporosis. Además, la técnica podría aplicarse en la investigación y diagnóstico de diversas enfermedades, proporcionando una visión profunda de las características internas de los tejidos biológicos.

6. Conclusiones

6.1 Trabajos a Futuro

6.1.1 Posibles mejoras o extensiones del proyecto:

El proyecto ofrece oportunidades significativas para mejoras y extensiones que pueden ampliar su alcance y utilidad.

Una dirección clave sería la creación de una aplicación web que facilite la configuración de parámetros de simulación, mejore la visualización de resultados y haga que el proyecto sea accesible para un público más amplio. La implementación de una interfaz intuitiva a través de una aplicación web permitiría a los usuarios realizar diversas simulaciones de manera sencilla y eficiente.

Asimismo, se podría enfocar en la optimización del rendimiento del código para gestionar conjuntos de datos más grandes o mallas más finas. La incorporación de técnicas de paralelización sería crucial para aprovechar eficientemente los recursos computacionales disponibles y reducir los tiempos de ejecución.

Herramientas como Linux Alpine pueden ayudar a que la imagen de Docker sea más liviana y la distribución sea más ligera, y por lo tanto, más atractiva para los posibles usuarios.

Por último, la adaptabilidad de la malla es otro aspecto clave a considerar, permitiendo su modificación automática según las características específicas del problema. La mejora continua de la precisión podría lograrse mediante la aplicación de técnicas numéricas avanzadas y la exploración de modelos electromagnéticos más complejos.

6.1.2 Investigación adicional necesaria.

Para consolidar y expandir el alcance del proyecto, se plantea la necesidad de realizar validaciones experimentales exhaustivas que respalden las simulaciones numéricas. La comparación directa entre los resultados obtenidos y datos experimentales proporcionará una validación más sólida y confiable del modelo

propuesto. Además, la exploración de materiales avanzados con propiedades electromagnéticas más complejas, considerando fenómenos como saturación magnética o histéresis, ampliará la aplicabilidad del modelo a escenarios más realistas.

Un área clave para la investigación futura es el análisis de sensibilidad, que permitirá comprender cómo cambios en parámetros específicos, como propiedades del material, frecuencia o geometría, afectan los resultados del modelo. Esta comprensión más profunda contribuirá a una interpretación más precisa de los fenómenos electromagnéticos simulados.

Finalmente, se sugiere investigar modelos electromagnéticos más avanzados, como la teoría de elementos finitos de borde y acoplamientos electromagnéticos. Abordar fenómenos de dispersión no lineales ampliará las capacidades del proyecto para abordar problemas electromagnéticos más complejos y realistas.

Esta investigación adicional se alinea con la visión de avanzar continuamente en el entendimiento y la aplicación de los fenómenos electromagnéticos, consolidando así las bases del proyecto y explorando nuevas fronteras en el campo.

6.1.3 Trabajos futuros financiados por la beca de investigación.

El proyecto, inicialmente diagramado y respaldado por el CONICET, continuará su evolución y expansión gracias al apoyo de la Beca de Inicio en Investigación Para Estudiantes de Pregrado y Grado 2023 de la Universidad Nacional Arturo Jauretche. La financiación respaldará trabajos futuros destinados a abordar problemas electromagnéticos más complejos y realistas.

La beca también respaldará iniciativas de divulgación científica y formación de estudiantes. La participación activa en conferencias científicas permitirá presentar resultados, obtener retroalimentación y contribuir al avance general en el campo de la electromagnética.

La creación de una aplicación web será un objetivo clave, mejorando la accesibilidad y utilidad del proyecto para investigadores y público en general. Esta aplicación proporcionará una interfaz amigable para realizar simulaciones electromagnéticas de manera eficiente y efectiva.

6.1.4 Integración Futura en Tomógrafo del CONICET

En una perspectiva de mejora continua y aplicación práctica, se proyecta la integración de la implementación actual en el código de simulación en un tomógrafo real proporcionado por el CONICET. Este paso estratégico permitirá aprovechar las capacidades de simulación desarrolladas hasta el momento y aplicarlas directamente en un entorno experimental. La incorporación del código en un tomógrafo físico abrirá nuevas oportunidades para validar y mejorar la precisión de las simulaciones, alineando aún más los resultados teóricos con las condiciones del mundo real. Este avance no sólo consolida la utilidad práctica de la implementación FEM sino que también ofrecerá una plataforma integral para la investigación y desarrollo continuo en el ámbito de la tomografía de microondas.

6.2 Resumen de los resultados obtenidos en la comparación de métodos numéricos y la aplicación en bioingeniería y medicina.

- Comparación de Métodos Numéricos: El análisis comparativo de métodos numéricos destaca la eficacia sobresaliente del Método de Elementos Finitos en simulaciones de tomografía de microondas. Frente a otros métodos, el FEM demuestra una precisión superior en la predicción de la interacción de microondas con tejidos biológicos. La sistematización de resultados evidencia que el FEM es una herramienta robusta para la reconstrucción de imágenes tomográficas bidimensionales, ofreciendo una representación detallada y precisa de las propiedades dieléctricas de los tejidos.
- Aplicación en Bioingeniería y Medicina: La aplicación de la tomografía de microondas en bioingeniería y medicina, centrada en el análisis del hueso calcáneo del pie humano, resalta su potencial impacto en la prevención y diagnóstico de enfermedades óseas, especialmente la osteoporosis. Las

simulaciones detalladas, respaldadas por el FEM, proporcionan información valiosa sobre la densidad ósea y la integridad estructural. Este enfoque integral posiciona la técnica como una herramienta crucial para comprender microestructuras óseas y diseñar estrategias de intervención personalizadas.

6.3 Conclusión final

Este trabajo representa un hito significativo en el desarrollo de herramientas de software libre dedicadas a la tomografía de microondas. Al comparar los resultados obtenidos con métodos numéricos y aplicar la técnica en el contexto de la bioingeniería y la medicina, se destaca la viabilidad y utilidad de la tomografía de microondas como una técnica poderosa y versátil. La colaboración entre grupos de investigación se ve favorecida por la flexibilidad del código Python, que permite adaptarse a diversas geometrías, incluso aquellas derivadas de imágenes médicas.

La capacidad del código para generar mallas a partir de imágenes médicas resalta la relevancia de la técnica en la obtención de imágenes médicas utilizando ondas electromagnéticas. Si bien la idea de obtener imágenes médicas mediante ondas electromagnéticas no es nueva, el desarrollo de esta técnica ha sido impulsado por la reducción de costos en tecnologías de cálculo y electrónica asociada.

El futuro del proyecto se vislumbra con entusiasmo, con la perspectiva de desarrollar más algoritmos de reconstrucción. Estos algoritmos abarcarán desde enfoques clásicos determinísticos hasta las nuevas tendencias que incorporan inteligencia artificial. La iniciativa se alinea con la visión de promover la colaboración y el intercambio de conocimientos en el campo de la tomografía de microondas.

El proyecto, respaldado por el CONICET y la Beca de Inicio en Investigación Para Estudiantes de Pregrado y Grado 2023 de la Universidad Nacional Arturo Jauretche, se proyecta hacia el desarrollo continuo. La financiación respaldará trabajos futuros destinados a abordar problemas electromagnéticos más complejos y realistas, así como iniciativas de divulgación científica y formación de estudiantes.

En síntesis, este proyecto no solo presenta un conjunto de herramientas de software libre, sino que también sienta las bases para futuras exploraciones en el campo de la tomografía de microondas. La combinación de métodos numéricos, aplicaciones en bioingeniería y medicina, y la visión hacia algoritmos más avanzados y colaborativos refuerzan la posición de este trabajo como un referente en la comunidad científica dedicada a esta emocionante área de investigación.

8. Referencias y Bibliografía

- [1] J. M. Kling, B. L. Clarke, N. P. Sandhu, Osteoporosis prevention, screening, and treatment: a review, *Journal of women's health*, 23, 7, 563--572, 2014.
- [2] M. Pastorino, *Microwave imaging*. John Wiley & Sons, 2010.
- [3] X. Chen, *Computational methods for electromagnetic inverse scattering*. John Wiley & Sons, 2018.
- [4] A. Zakaria, C. Gilmore, J. LoVetri, Finite-element contrast source inversion method for microwave imaging. *Inverse Problems*, 26(11), 115010, 2010.
- [5] N. AlSawaftah, S. El-Abed, S. Dhou, A. Zakaria, Microwave imaging for early breast cancer detection: Current state, challenges, and future directions. *Journal of Imaging*, 8(5), 123, 2022.
- [6] A. Fhager, S. Candefjord, M. Elam, and M. Persson, Microwave diagnostics ahead: Saving time and the lives of trauma and stroke patients, *IEEE Microwave Magazine*, vol. 19, no. 3, pp. 78–90, 2018.
- [7] R. M. Irastorza, E. Blangino, C. M. Carlevaro, F. Vericat, Modeling of the dielectric properties of trabecular bone samples at microwave frequency. *Medical & biological engineering & computing*, 52, 439-447, 2014.
- [8] A. Logg, K. Mardal, G. N. Wells et al., *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method*. Springer, 2012.
- [9] S. Arslanagic and O. Breinbjerg, "Electric-line-source illumination of a circular cylinder of lossless double-negative material: an investigation of near field, directivity, and radiation resistance," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 48, no. 3, pp. 38–54, 2006.
- [10] R. F. Harrington, *Time-harmonic electromagnetic fields*. McGraw-Hill College, 1961.
- [11] Fajardo, J. E., Vericat, F., Irastorza, G., Carlevaro, C. M., & Irastorza, R. M. (2018, September 8). Sensitivity analysis on imaging the calcaneus using microwaves. Instituto de Física de Líquidos y Sistemas Biológicos, CONICET - CCT La Plata. La Plata, Buenos Aires, Argentina; Centro Diagnóstico Mon. La Plata, Buenos Aires, Argentina; UDB Física, FRBA, Universidad Tecnológica Nacional. CABA, Argentina; Instituto de Ingeniería y Agronomía, UNAJ. Florencio Varela, Buenos Aires, Argentina.

9. Agradecimientos

En este camino lleno de desafíos y aprendizajes, quiero expresar mi profundo agradecimiento a quienes han sido pilares fundamentales en este trayecto lleno de logros y emociones.

En primer lugar a Tami, mi mujer, quien ha sido mi compañera de vida desde antes de embarcarme en esta apasionante carrera. Su apoyo incondicional, paciencia y amor han sido la fuerza que me impulsó a superar cada obstáculo y a alcanzar metas que parecían inalcanzables. Siempre creyó en mí, aun cuando a veces ni yo lo hacía, remarcando lo valioso que soy y todo de lo que soy capaz. Tampoco puedo dejar afuera sus mates o café con un chocolate, que al momento de estudiar para un examen eran más que necesarios, sin importar jamás la hora que marque el reloj.

A mi hija, que, aunque aún no ha llegado al mundo, ya es la luz que ilumina mi camino. Mi deseo más profundo es ser un ejemplo para ella, ser su héroe y motivo de orgullo a medida que crezca.

A mis papás, quienes siempre confiaron en mí y me brindaron su apoyo inquebrantable. Sus enseñanzas y valores han sido la brújula que ha guiado mis decisiones y acciones. Mi mamá que a sus 54 años comenzó una carrera universitaria y contra viento y marea también se está graduando y no puedo estar más orgullosa de ella, no es más que un ejemplo para mí. A mi papá, que me contagió su pasión por la electrónica, los circuitos y me dejó de muy chico desarmar computadoras, equipos, parlantes, y lo que hubiera en casa, sin importar que la mayoría terminara rompiéndose ya que él sabía que aprendía al mismo tiempo que jugaba.

A mis amigos y compañeros de tantas horas de estudio y risas, quiero expresar mi agradecimiento sincero. Ariel, Julián, Fede, Diego, Nicole, Santi, Leo, Mati y los demás, gracias por tanto.

A mi querida universidad pública, que con su compromiso con la educación y la igualdad de oportunidades ha sido el terreno fértil donde cultivé mis conocimientos.

A Martín Morales, por brindarme la oportunidad de llevar a cabo esta presentación de proyecto final y, especialmente, a Ramiro Irastorza, mi tutor, cuya guía experta, paciencia y aliento fueron fundamentales en cada etapa del desarrollo de esta investigación. Su compromiso y apoyo han dejado una huella imborrable en mi experiencia académica.

Por último a todos los docentes con los que me tocó toparme en cada materia. Creo que es un buen momento para recordar las palabras de Lorena Bagú, docente mía en Matemática III, que en tiempos de un estado ausente que buscaba la desfinanciación de nuestra universidad, nos aseguró que jamás íbamos a cerrar las puertas de la casa de estudios, ya que “estaba el edificio, estaban los docentes y estaban los estudiantes”. Si ella supiera cuánta tranquilidad me brindó en ese momento.

Imposible olvidar las clases de Pablo Sabatino, de Oscar Cortes, de Diego Bagú, y de tantos profesionales que, dejando su vida personal de lado, viajaban muchos kilómetros para apoyar a nuestra UNAJ.

Para finalizar, gracias a todos los que, de una u otra manera, han contribuido a mi crecimiento y formación. Este logro es también el resultado de la colaboración y el apoyo de seres queridos y mentores excepcionales.